

УПРАВЛЕНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИМ КОСМИЧЕСКИМИ АППАРАТАМИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИНФОРМАЦИИ

С.И. Кумков, В.С. Пацко

Институт математики и механики УрО РАН, Екатеринбург, Россия

Введение

Рассматривается задача наведения исследовательского КА на ОКО небольших размеров. Например, ОКО может быть малым астероидом, и наведение выполняется с целью его разрушения или изменения траектории полета. Управление начинается с больших расстояний в условиях существенной неопределенности информации о начальных координатах и скорости ОКО: известны только интервалы начального положения ОКО и вектора его скорости. Вероятностные характеристики положения и скорости отсутствуют. В процессе наведения измеряются видимые углы ОКО и, с редким тактом, разностная дальность. Замеряемая информация зашумлена. Ошибки замеров ограничены по модулю, их вероятностные характеристики неизвестны.

В таких условиях применение классических методов управления, основанных на фильтрации Калмана, может не дать удовлетворительного результата. В настоящей работе управление обратной связи конструируется с использованием обобщенного состояния управляемого процесса, которое принято называть информационным множеством. Информационное множество (ИМ) представляет собой доведенную до текущего момента времени совокупность всех точечных фазовых состояний системы, совместимых с историей процесса наблюдения–управления [1–3].

2. Исходная задача управления

Исследования проводились применительно к вариантам проектируемых исследовательских КА (рис. 1). Движение КА и ОКО происходит в поле силы тяжести Солнца и описывается нелинейными уравнениями Кеплера [4]. Управление КА реализуется в виде относительно больших ускорений, действующих на малых интервалах времени и прилагаемых перпендикулярно продольной строительной оси КА. Управление осуществляется по боковому и вертикальному каналам. Идеализируя характер управления, полагаем его импульсным.

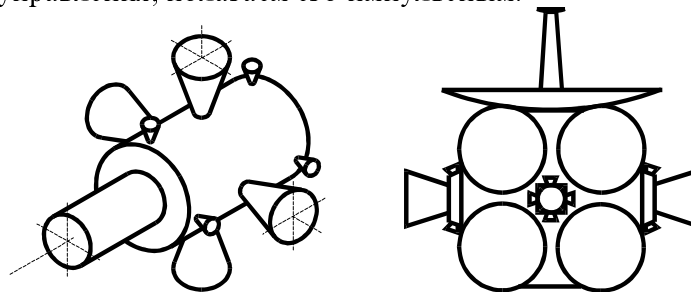


Рис. 1. Исследовательские аппараты.

Для наведения КА используется некоторая разностная инерциальная система координат. Перед началом наведения системе управления КА известны номинальное E_{nom} положение ОКО и номинальный V_{nom} вектор его скорости в разностных координатах. Полагается, что в начальный момент разностная система координат ориентирована так, что ее продольная ось x совпадает с продольной осью КА и направлена от центра масс КА на точку номинального положения ОКО, а боковая y и вертикальная z оси этой системы ортогональны данному направлению и образуют правую тройку. На рис. 2 показана боковая плоскость наведения. Здесь B и D — области неопределенности начального положения и вектора начальной скорости в данной плоскости; P — центр масс аппарата; E_{nom} , V_{nom} — номинальное положение и номинальный вектор разностной скорости ОКО; E , V — фактическое положение и фактический вектор разностной скорости ОКО; α , ω — угол визирования и угловая скорость линии визирования по рысканию. Номинальный начальный вектор разностной скорости направлен по оси x .

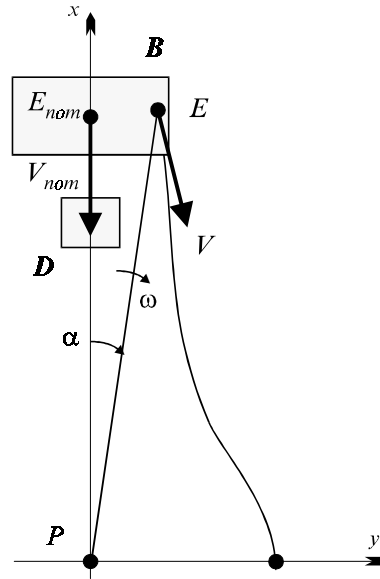


Рис. 2. Разностная система координат. Начальные неопределенности. Боковой канал.

Наблюдение и управление реализуются в дискретной схеме с временным шагом Δ . Текущая величина управления в каждом из каналов ограничена по модулю сверху и снизу константами μ_1 и μ_2 соответственно. Оговорен ресурс μ на суммарный запас управления. Текущий запас управления в момент t_i обозначим через $n(t_i)$.

В моменты t_i перед выработкой управления от измерителей приходят замеры пеленгов — углов между продольной осью КА и линией визирования. Модели ошибок замеров пеленгов полагаются следующими

$$\alpha_m(t_i) = \alpha(t_i) + \zeta(t_i), \quad |\zeta(t_i)| \leq a + h(d(t_i)),$$

$$\theta_m(t_i) = \theta(t_i) + \xi(t_i), \quad |\xi(t_i)| \leq a + h(d(t_i)).$$

Здесь $\alpha_m(t_i)$, $\theta_m(t_i)$ — замеры пеленгов; $\alpha(t_i)$, $\theta(t_i)$ — истинные значения углов; $\zeta(t_i)$, $\xi(t_i)$ — ошибки замеров; $a > 0$ — заданная константа; $h(\cdot)$ — заданная неотрицательная функция; $d(t_i)$ — истинная величина текущей дальности до ОКО.

Замер дальности имеет вид $d_m(t_i) = d(t_i) + \beta(t_i)$, $|\beta(t_i)| \leq bd(t_i)$. Здесь $\beta(t_i)$ — ошибка замера; b — заданная константа, $0 < b < 1$.

Начальные неопределенности геометрического положения $(x(t_0), y(t_0), z(t_0))$ и вектора скорости $(V_x(t_0), V_y(t_0), V_z(t_0))$ задаются в виде параллелепипедов

$$B = [x_0, x^0] \times [y_0, y^0] \times [z_0, z^0], \quad D = [V_{x0}, V_x^0] \times [V_{y0}, V_y^0] \times [V_{z0}, V_z^0],$$

симметричных относительно точек E_{nom} и V_{nom} .

Цель управления — минимизация конечного промаха. Необходимо построить управление КА по принципу обратной связи, которое эффективно работало бы в указанных информационных условиях.

3. Вспомогательная задача

Выполняются следующие преобразования и упрощения исходной системы уравнений, описывающей движения КА и ОКО. Вводится инерциальная разностная система наведения. Производится замена фазовых переменных y, V_y, z, V_z, x, V_x на переменные $\alpha, \omega_1, \theta, \omega_2, x, V_x$. Полагается,

что управления $k_1(t_i)$ по боковому каналу и $k_2(t_i)$ по вертикальному действуют перпендикулярно продольной оси x . Скорость $V_x(t)$ по продольной координате заменяется ее номинальным значением — константой e . Нелинейные члены в уравнениях для угловых ускорений (по рысканию и тангажу) малы и заменяются неопределенными параметрами v_1, v_2 . Эти параметры ограничены по модулю некоторой величиной v и трактуются как фиктивное управление противника. Оно учитывается при построении ИМ. Значение пространственной дальности заменяется значением продольной координаты x . В результате приходим к линейной по динамике задаче преследования с ограничениями на управления $k_1(t_i), k_2(t_i)$ преследователя и v_1, v_2 убегающего, ограничением на суммарный запас импульсного управления преследователя и неточными замерах текущего фазового состояния по пеленгам $\alpha_m(t_i), \theta_m(t_i)$ и дальности $x_m(t_i)$:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} &= \omega_1(t), \\ \dot{\omega}_1 &= 2e \frac{\omega_1(t)}{x(t)} + \left(\frac{1}{x(t)} \right) \sum_i k_1(t_i) \delta(t - t_i), \\ \dot{\theta} &= \omega_2(t), \\ \dot{\omega}_2 &= 2e \frac{\omega_2(t)}{x(t)} + \frac{v_2}{x(t)} - \left(\frac{1}{x(t)} \right) \sum_i k_2(t_i) \delta(t - t_i), \\ x(t) &= x(t_0) - l(t - t_0); \end{aligned} \tag{1}$$

$$\mu_1 \leq |k_1(t_i)| \leq \mu_2, \quad \mu_1 \leq |k_2(t_i)| \leq \mu_2, \quad \sum_i (|k_1(t_i)| + |k_2(t_i)|) \leq \mu; \quad |v_1| \leq v, \quad |v_2| \leq v;$$

$$\alpha_m(t_i) = \alpha(t_i) + \zeta(t_i), \quad |\zeta(t_i)| \leq a + h(x(t_i));$$

$$\theta_m(t_i) = \theta(t_i) + \xi(t_i), \quad |\xi(t_i)| \leq a + h(x(t_i));$$

$$x_m(t_i) = x(t_i) + \beta(t_i), \quad |\beta(t_i)| \leq b x(t_i).$$

Здесь δ — символ дельта-функции.

Таким образом, размерность разностного фазового пространства в боковом и вертикальном каналах управления КА принимается равной трем: угол, угловая скорость, дальность (последняя является общей для обоих каналов).

4. Информационное множество

Информационное множество строится в пространстве переменных $\alpha, \omega_1, \theta, \omega_2, x$. Рассмотрим построение и динамику ИМ на примере бокового канала. Начальная неопределенность по положению (множество B) и начальная неопределенность по вектору скорости (множество D) при пересчете в подпространство α, ω_1, x дают для каждого значения продольной дальности x сечение начального информационного множества $I_-(t_0)$. Все ИМ представляется набором таких сечений.

Пусть в текущий момент t_i до прихода замеров имеется информационное множество $I_-(t_i)$. Замеру пеленга $\alpha_m(t_i)$ соответствует множество неопределенности

$$H_\alpha(t_i) = \{ \alpha, \omega_1, x: \alpha_m(t_i) - a - h(x) \leq \alpha \leq \alpha_m(t_i) + a + h(x) \}.$$

Множество $H_x(t_i)$ есть совокупность таких троек α, ω_1, x которые совместны с замером $\alpha_m(t_i)$. Для замера дальности $x_m(t_i)$ множество неопределенности записывается в виде

$$H_x(t_i) = \left\{ \alpha, \omega_1, x: \frac{x_m(t_i)}{1+b} \leq x \leq \frac{x_m(t_i)}{1-b} \right\}.$$

Множество $H_x(t_i)$ — совокупность троек α, ω_1, x , совместных с замером $x_m(t_i)$.

Текущее ИМ после прихода замеров строится операцией пересечения:

$$I(t_i) = I_-(t_i) \cap H_\alpha(t_i) \cap H_x(t_i)$$

Если в момент t_i замер дальности не поступает, то текущее ИМ строится как

$$I(t_i) = I_-(t_i) \cap H_\alpha(t_i).$$

Когда информационное множество $I(t_i)$ построено, вырабатывается управление $k_1(t_i)$. В результате множество $I(t_i)$ переходит в множество $I_+(t_i)$. Данное преобразование есть сдвиг каждого из x -сечений множества $I(t_i)$ на величину $\frac{k_1(t_i)}{x}$ по оси ω_1 . В множестве $I_+(t_i)$ выделим часть $J_\varepsilon(t_i)$, для которой $x \leq \varepsilon + \varepsilon \Delta$. Эта часть уйдет под заранее заданный по оси x порог ε в момент $t_{i+1} = t_i + \Delta$. Положим

$$I_{+\varepsilon}(t_i) = \frac{I_+(t_i)}{J_\varepsilon(t_i)}.$$

Введем множество $I_-(t_{i+1})$ как прогноз состояний системы (1) по переменным α, ω_1, x на момент t_{i+1} при ее возможных положениях в $I_{+\varepsilon}(t_i)$ в момент t_i , обнуленном импульсном управлении и для всех изменений параметра v_1 , $|v_1| \leq v$. Множество $I_-(t_{i+1})$ удобно рассматривать как результат действия линейной системы (1) на x -сечения множества $I_{+\varepsilon}(t_i)$: каждое выпуклое сечение переходит в выпуклое.

Таким образом, рекуррентно определена последовательность изменения ИМ в боковом канале управления. ИМ в вертикальном канале строится аналогично.

При численной реализации ИМ представляется в каждом из каналов набором своих выпуклых x -сечений. Каждое сечение описывается выпуклым многоугольником. Это позволяет применять быстрые процедуры описания, прогнозирования и пересечения множеств.

5. Управление КА и формирование замеров

При формализации вспомогательной задачи используются [5–7] методы теории дифференциальных игр, развитые [1, 2] в Екатеринбургской (Свердловской) научной школе. Под движением понимается изменение ИМ во времени. Первый игрок распоряжается импульсным управлением, второй — формированием замеров. Цель первого игрока — минимизация промаха. Интересы второго игрока противоположны.

Позицией игры для первого игрока является совокупность (t_i, I, n) , где t_i — текущий момент времени, I — текущее ИМ после прихода замеров, n — оставшийся запас управления. По данной совокупности вырабатывается текущее управление обратной связи $k_1(t_i), k_2(t_i)$, причем $\mu_1 \leq |k_1(t_i)| \leq \mu_2$, $\mu_1 \leq |k_2(t_i)| \leq \mu_2$ и $|k_1(t_i)| + |k_2(t_i)| \leq n$.

Для второго игрока позицией игры является совокупность (t_i, I_-, n) . Здесь I_- — информационное множество перед приходом замеров. По данной совокупности (т. е. также по принципу обратной связи) вырабатываются замеры $\alpha_m(t_i), \theta_m(t_i), x_m(t_i)$. Полагаем, что пересечение $I(t_i) = I_-(t_i) \cap H_\alpha(t_i) \cap H_\theta(t_i) \cap H_x(t_i)$ непусто, где $H_\alpha(t_i), H_\theta(t_i), H_x(t_i)$ — множества неопреде-

ленности замеров $\alpha_m(t_i)$, $\theta_m(t_i)$, $x_m(t_i)$. Если в текущий момент замер по какой-нибудь переменной отсутствует, то ИМ строится по множествам неопределенности замеров остальных переменных.

Рассмотрим на примере бокового канала правило выработки управления первого игрока. Для каждой точки ИМ прогнозируемый промах при свободном движении КА в боковом канале управления рассчитывается [5–7] по формуле

$$\Pi(\alpha, \omega_1, x) = \frac{\omega_1 x^2}{e} + \text{sign}(\omega_1) \frac{v \left(\frac{x}{e} \right)^2}{2}.$$

Здесь sign — функция знака; второе слагаемое — максимально возможное (по модулю) увеличение промаха за счет неопределенного ускорения убегающего v_1 , $|v_1| \leq v$. Просмотром всех точек $(\alpha, \omega_1, x) \in I$ строится интервал $[\Pi_{\min}(I), \Pi_{\max}(I)]$ возможных значений прогнозируемого промаха:

$$\Pi_{\min}(I) = \min\{\Pi(\alpha, \omega_1, x)\}, \quad \Pi_{\max}(I) = \max\{\Pi(\alpha, \omega_1, x)\},$$

причем каждое из крайних значений $\Pi_{\min}(I)$, $\Pi_{\max}(I)$ достигается на соответствующем значении дальности x^* , x^{**} .

Управление $k_1(t_i)$, поддерживающее симметрию данного интервала относительно нуля, рассчитывается по формуле $k_1(t_i) = \frac{(\Pi_{\min} + \Pi_{\max})e}{x^* + x^{**}}$. Управление в вертикальном канале строится аналогично. В работе [7] выделен случай, когда такое управление является оптимальным.

При моделировании процесса наведения указанное правило выработки управления КА тестируется на двух способах формирования замеров: случайном и “игровом”. В первом способе замеры пеленгов и дальности α_m , θ_m , x_m вырабатываются случайным образом из допустимых интервалов при помощи датчика случайных чисел с равномерным распределением. Для формирования замеров по игровому способу используется текущее информационное множество $I_-(t_i)$. Идея такого способа заключается в следующем: игровое возмущение “старается” сохранить без изменения точку наихудшего прогнозируемого промаха при переходе от множества $I_-(t_i)$ к множеству $I(t_i)$ и, таким образом, максимизировать промах в конечный момент.

Поясним в общих чертах игровой способ зашумления замера на примере формирования замера дальности. Имея в текущий момент t_i информационное множество $I_-(t_i)$, находим интервал $[\Pi_{\min}(I_-), \Pi_{\max}(I_-)]$ возможных значений прогнозируемого промаха по формулам, указанным выше, но работая уже не с множеством $I(t_i)$, а с множеством $I_-(t_i)$ и учитывая оба канала: боковой и вертикальный. Пусть $(\alpha^*, \omega_1^*, \theta^*, \omega_2^*, x^*)$ и $(\alpha^{**}, \omega_1^{**}, \theta^{**}, \omega_2^{**}, x^{**})$ — точки, на которых реализуются, соответственно, промахи $\Pi_{\min}(I_-)$, и $\Pi_{\max}(I_-)$. Фиксируем значения x^* и x^{**} . В соответствии с принятой моделью ошибки замера дальности интервал неопределенности $[x_{\min}, x_{\max}]$, соответствующий замеру x_m , описывается формулами

$$\frac{x_m}{1+b}, \quad x_{\max} = \frac{x_m}{1-b}.$$

Правило выработки игрового замера состоит в следующем. В качестве замера выдается величина $x_m(t_i)$ так, чтобы ее интервал неопределенности $x_m(t_i)$ включал истинное значение $x(t_i)$ и удовлетворял следующим условиям:

- содержал “наихудшую” из точек x^*, x^{**} , соответствующую максимальному по модулю значению прогнозируемого промаха, и обеспечивал максимальную по координате x ширину пересечения $I_-(t_i) \cap H_x(t_i)$;
- если наихудшая точка не может быть поглощена, то замер формируется так, чтобы интервал $[x_{\min}, x_{\max}]$ находился как можно ближе к наихудшей точке.

6. Результаты моделирования

Математическая модель управляемого движения КА и ОКО включала: полную модель пространственного движения КА и ОКО, модель бортовой системы управления КА, модель измерителей информации. Бортовые алгоритмы КА осуществляют процедуры построения ИМ и выработку управления (расчет управляющих воздействий $k_1(t_i)$ и $k_2(t_i)$). Зашумленные замеры формируются с использованием полной модели движения и принятых моделей ошибок.

Моделируется пространственное сближение КА с ОКО декаметрового размера [8] в области орбиты Земли на расстоянии примерно 1,5 млн. км от Солнца. Гравитационная постоянная Солнца $K = 1,324948 \times 10^{11} \text{ км}^3/\text{с}^2$ [4].

От системы целеуказания поступает следующая информация. Номинальная начальная дальность между КА и ОКО в разностной системе равна 5801,3 км. Начальное множество неопределенности начальных положений ОКО по разностным координатам y, z, x

$$B = [-10,0 \text{ км}, 10 \text{ км}] \times [-10,0 \text{ км}, 10,0 \text{ км}] \times [5301,3 \text{ км}, 6301,3 \text{ км}].$$

Номинальная скорость сближения равна $-58,0 \text{ км/с}$. Начальное множество неопределенности разностного вектора начальной скорости ОКО

$$D = [-0,1 \text{ км/с}, 0,1 \text{ км/с}] \times [-0,1 \text{ км/с}, 0,1 \text{ км/с}] \times [-59,0 \text{ км/с}, -57,0 \text{ км/с}].$$

Константа ν , ограничивающая фиктивные ускорения ОКО в системе (1) и используемая в алгоритме расчета ИМ, равна $0,005 \text{ м/с}^2$. Временной шаг дискретной схемы наблюдения и управления $\Delta = 0,5 \text{ с}$. Начальный запас управления $\mu = 2000 \text{ м/с}$. Ограничения на управление $\mu_1 = 0,25 \text{ м/с}$ и $\mu_2 = 7,5 \text{ м/с}$.

Максимальная (по модулю) величина ошибки замера пеленга по каждому из каналов при сближении КА с ОКО линейно увеличивается: от $0,00015 \text{ рад}$ в начальный момент, до $0,00023 \text{ рад}$ — в конце сближения. При наличии дальномера измерение дальности начинается с момента $t = 1 \text{ с}$ и выполняется с тактом 2 с . Модуль максимальной относительной ошибки замера $b = 0,05$ (5%).

Число x -сечений при построении ИМ равно 29. Порог $\varepsilon = 5 \text{ км}$. Управление КА прекращается, когда ИМ целиком уходит по продольной координате под данный порог.

На рис. 3 показаны процессы управления в боковом канале для конкретных начальных условий (в разностной системе): $y = -8,0 \text{ км}$, $V_y = 0 \text{ км/с}$, $z = 0 \text{ км}$, $V_z = 0 \text{ км/с}$, $x = 5801,3 \text{ км}$, $V_x = -58,0 \text{ км/с}$.

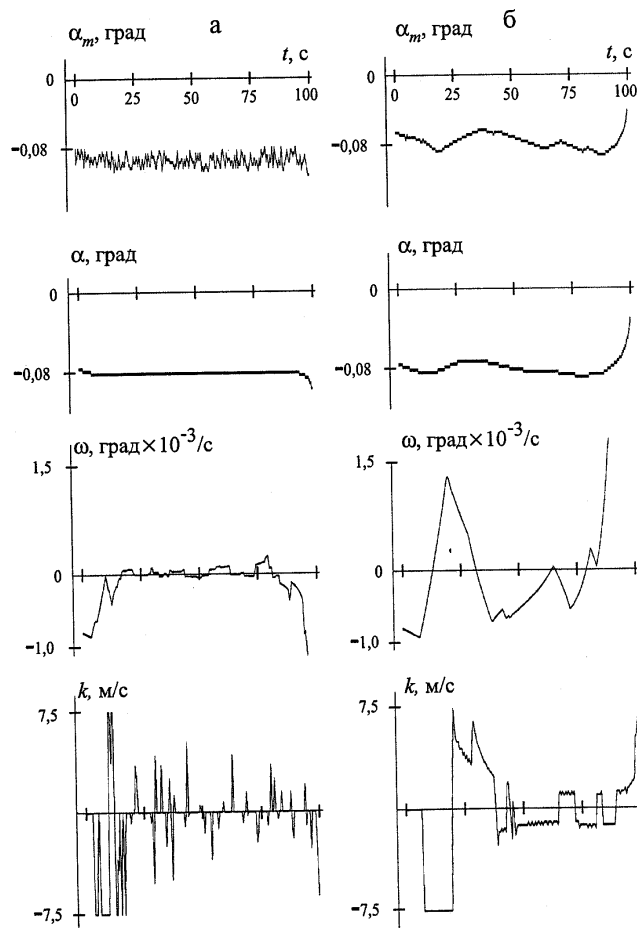


Рис. 3. Процессы управления:

а) случайная ошибка в замерах пеленга, б) игровая ошибка.

Вертикальный канал отключен, дальномер не работает. Левая колонка соответствует варианту случайной помехи в замерах пеленгов, правая — варианту игровой помехи. Промаях при случайной помехе составил 4,3 м, расход управления — 244,7 м/с; для игровой помехи показатели составляют 9,5 м и 521,7 м/с, соответственно.

Для тех же начальных условий динамика информационного множества в боковом канале иллюстрируется на рис. 4. Случайные ошибки действуют как в замерах пеленга, так и в замерах дальности (дальномер работает). Показаны ИМ перед приходом (а) и после прихода (б) замеров. Затенена часть ИМ, остающаяся после операции пересечения ИМ с множествами неопределенности замеров.

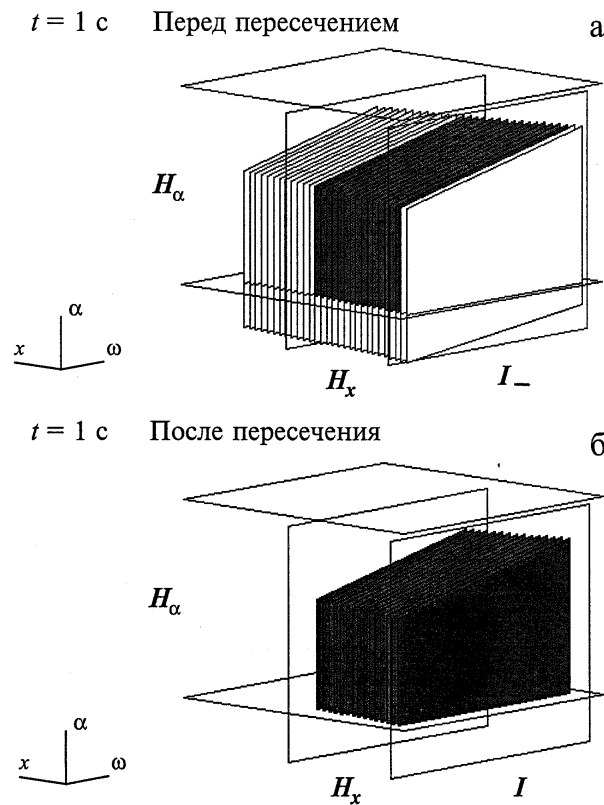


Рис. 4. Информационное множество в момент $t = 1$ с:

замеряются пеленг и дальность; а) перед приходом замеров, б) после учета пришедших замеров.

Эффективность рассматриваемого метода управления КА оценивалась с помощью статистического моделирования. На рис. 5 приведены графики интегральных законов распределения промаха (а) и расхода управления (б) для случая, когда начальное положение ОКО и его скорость варьировались случайным образом при помощи датчика равномерного распределения в малой подобласти $B_0 \times D_0$ указанной выше области начальной неопределенности $B \times D$:

$$B_0 = [-1,0 \text{ км}, 1 \text{ км}] \times [0 \text{ км}, 0 \text{ км}] \times [5701,3 \text{ км}, 5901,3 \text{ км}],$$

$$D_0 = [-0,1 \text{ км/с}, 0,1 \text{ км/с}] \times [0 \text{ км/с}, 0 \text{ км/с}] \times [-58,1 \text{ км/с}, -57,9 \text{ км/с}].$$

Усреднение проводилось по 50 реализациям сближения КА с ОКО, вертикальный канал наведения отключен. Цифрой 1 (3) отмечены кривые, соответствующие варианту без дальномера при случайной (игровой) ошибке замера пеленга. Цифрой 2 (4) отмечены кривые, соответствующие варианту случайной (игровой) ошибки в замерах пеленга и дальности. Видно, что при заданном уровне ошибок дальномера использование его не дает существенного улучшения результатов.

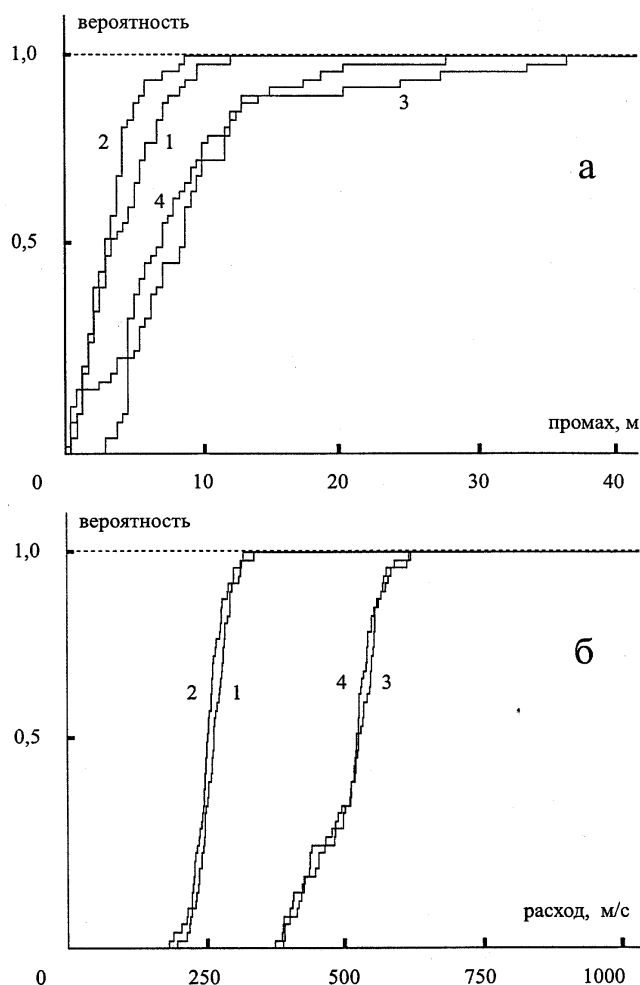


Рис. 5. Законы распределения вероятностей:

а) промах, б) расход управления.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 94-01-00350).

Литература

1. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
2. Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. М.: Наука, 1977.
3. Черноусько Ф.Л., Меликян А.А. Игровые задачи управления и поиска. М.: Наука, 1978.
4. Ehricke K.A, Space flight 1. Environment and Celestial Mechanics, D. Nostrand Company Inc., 1960.
5. Кумков С.И., Пацко В.С. Управление в задаче на основе построения множества возможных фазовых состояний // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1996. № 1, с. 65–71.
6. Kumkov S.I. Patsko V.S. Control of Informational Sets in a Pursuit Problem // Annals of the International Society of Dynamic Games, V. 3. New Trends in Dynamic Games and Applications. Editor G.J. Olsder. Birkhauser Boston Inc., Boston, USA, 1995, p. 191–206.
7. Кумков С.И., Пацко В.С.. Оптимальные стратегии в игре преследования с неполной информацией // ПММ. Т. 59, 1995, № 1, с. 82–95.
8. Болгова Г.Т., Барабанов С.И., Микиша А.М. и др. Наблюдение космических тел метрового и декаметрового размеров в радианте метеорного потока Персеид // Сб. тезисов международной конференции “Компьютерные методы небесной механики”, Сант.–Петербург, 1995, 45 с..