

# УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ТИЛЛОТСОНА НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧИ О КАМУФЛЕТНОМ ВЗРЫВЕ ХАРДХЕТ

Н.А. Скоркин, А.В. Линник

Российский федеральный ядерный центр — ВНИИ технической физики, г. Снежинск, Россия

Взрыв Хардхет мощностью 5 Кт был произведен на полигоне штата Невада в 1962 г. в границе на глубине 290 м. После опубликования данных об этом взрыве [1] они стали своеобразным тестом, с помощью которого опробовались многие численные методики и реологические модели природных сред.

В данной работе представлены:

- конечно-разностная методика решения гиперболической системы уравнений механики сплошных сред;
- сравнение результатов расчетов с опытными данными и точными решениями.

Целью расчетов было опробование, на примере задачи о взрыве Хардхет, уравнения состояния Тиллотсона, выведенное специально для расчётов высокоскоростных ударных процессов.

## 1. Вычислительная методика ТВОДИС (TWODIS)

Вычислительная методика ТВОДИС использует конечно-разностную схему на эйлеровской разнесенной сетке. Термин “разнесенная” означает пространственное расположение, когда скорость и координаты точки определяются в узлах сетки, а плотность, давление, внутренняя энергия и компоненты девиатора напряжений — в центрах ячеек.

Счет шага по времени разбивается на два этапа:

- решение разностных уравнений, не содержащих конвективных (переносных) слагаемых — 1 этап;
- решение уравнений переноса — 2 этап.

На первом этапе используется конечно-разностная схема с искусственной вязкостью (схема Неймана). На втором этапе для расчета переноса плотности, давления, внутренней энергии, компонентов девиатора напряжений через границу ячеек используется процедура случайной выборки [2].

На примере одномерного баротропного течения газа выглядит это следующим образом.

### Этап 1

$$\frac{u_j^{n+1/2} + \hat{u}_j^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho_j} \cdot \frac{\bar{P}_{j+1/2} - \bar{P}_{j-1/2}}{\Delta x}, \text{ уравнение движения,}$$

$$\frac{\rho_{j+1/2}^{n+1/2} - \rho_{j+1/2}^n}{\Delta t} + \rho_{j+1/2}^{n+1/2} \frac{u_{j+1}^{n+1/2} - u_j^{n+1/2}}{\Delta x} = 0, \text{ уравнение неразрывности.}$$

$\bar{P} = P + \omega$ ,  $\omega$  — искусственная вязкость,

$P = f(\rho)$ , уравнение состояния баротропного газа,

$$\hat{u}_j^n = (1 - \alpha)u_j^n + \alpha \frac{1}{2}(u_{j+1}^n + u_{j-1}^n), \text{ где } 0 < \alpha < 0,5.$$

Здесь  $u$ ,  $\rho$ ,  $P$  — скорость, плотность и давление соответственно.

### Этап 2

$$\rho_{j+1/2}^{n+1} = \begin{cases} \rho_{j-1/2}^{n+1/2}, & \text{если } \xi^n < q_j^n, u_{j+1/2}^{n+1/2} > 0, \\ \rho_{j+1/2}^{n+1/2}, & \text{если } \xi^n \geq q_j^n, u_{j+1/2}^{n+1/2} > 0. \end{cases}$$

$$\rho_{j+1/2}^{n+1} = \begin{cases} \rho_{j+3/2}^{n+1/2}, & \text{если } (1 - \xi^n) > (1 + q_{j+1}^n), \quad u_{j+1/2}^{n+1/2} < 0, \\ \rho_{j+1/2}^{n+1/2}, & \text{если } (1 - \xi^n) < (1 + q_{j+1}^n), \quad u_{j+1/2}^{n+1/2} < 0. \end{cases}$$

Здесь  $\xi^n$  — случайная величина, равномерно распределенная в интервале  $(0, 1)$ ,

$$q_j^n = \frac{u_j^{n+1/2} \Delta t}{\Delta x}, \quad u_{j+1/2}^n = \frac{1}{2}(u_j^n + u_{j+1}^n).$$

Расчет переноса скорости осуществляется по формулам

$$u_j^{n+1} = \begin{cases} u_{j-1}^{n+1/2}, & \text{если } u_j^{n+1/2} > 0 \text{ и } \max(u_{j-1}^{n+1/2}, u_j^{n+1/2}) \frac{\Delta t}{\Delta x} > \xi^n, \\ u_j^{n+1/2}, & \text{если } u_j^{n+1/2} > 0 \text{ и } \max(u_{j-1}^{n+1/2}, u_j^{n+1/2}) \frac{\Delta t}{\Delta x} < \xi^n. \end{cases}$$

$$u_j^{n+1} = \begin{cases} u_{j+1}^{n+1/2}, & \text{если } u_j^{n+1/2} < 0 \text{ и } \left(1 + \min(u_j^{n+1/2}, u_{j+1}^{n+1/2}) \frac{\Delta t}{\Delta x}\right) > (1 - \xi^n), \\ u_j^{n+1/2}, & \text{если } u_j^{n+1/2} < 0 \text{ и } \left(1 + \min(u_j^{n+1/2}, u_{j+1}^{n+1/2}) \frac{\Delta t}{\Delta x}\right) < (1 - \xi^n). \end{cases}$$

Решение задач, имеющих точное решение, показало хорошее согласование результатов численных расчетов и точных значений, рис. 1, 2, 3.

На рис. 1 представлено решение задачи о стационарной плоской ударной волне, движущейся по идеальному газу  $p = (\gamma - 1)\rho\epsilon$  с постоянной скоростью  $D = 1$ .

На рис. 2, 3 приведены результаты расчета задачи о распаде разрыва [3]. В процессе распада произвольного разрыва в идеальном газе появляются ударная волна, волна разрежения и контактный разрыв. В начальный момент времени состояние газа определяется следующими параметрами:

при  $x \leq 0$   $\rho = 1,000$ ,  $P = 1,0$ ,  $U = 0$ ,  $\gamma = 1,4$ ;

при  $x > 0$   $\rho = 0,125$ ,  $P = 0,1$ ,  $U = 0$ ,  $\gamma = 1,4$ .

Здесь  $x$  — координата,  $\rho$  — плотность,  $P$  — давление,  $U$  — скорость,  $\gamma$  — показатель изоэнтропы

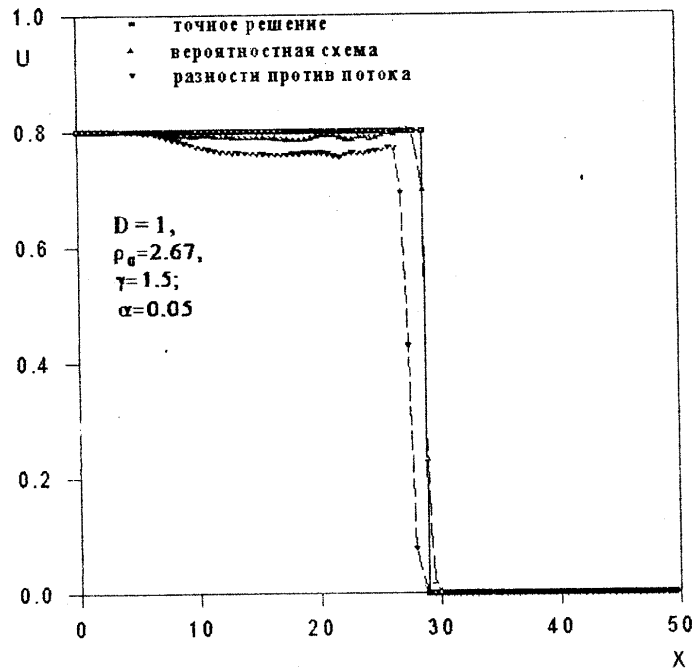


Рис. 1. Идеальный газ, стационарная ударная волна.

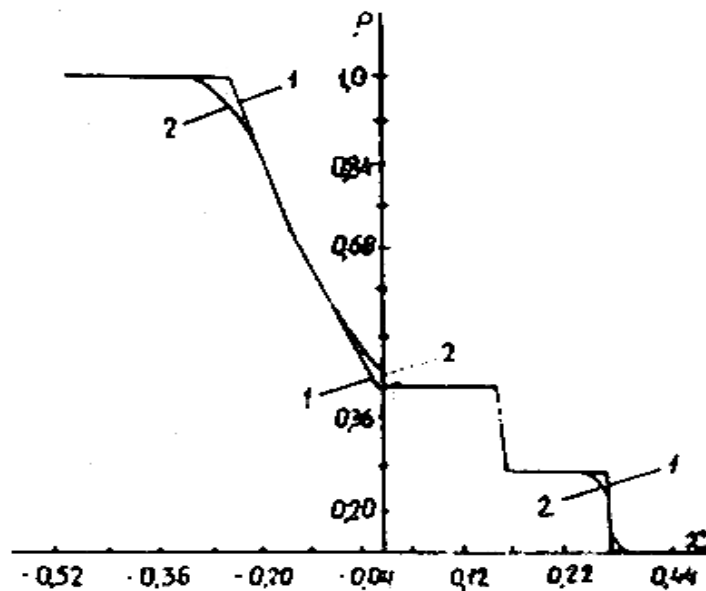


Рис. 2. Профиль плотности  $\rho(x, t)$  на момент времени  $t = 0,2$ :

1 — вероятная схема; 2 — схема Неймана.

Реализованная в многомерной программе ТВОДИС вышеописанная конечно-разностная схема позволяет быстро и без вмешательства в процесс вычислений рассчитывать, например, такие задачи, как задача о наземном и подземном взрывах, задачи о гиперзвуковом столкновении астероидов с землей и т. п.

В качестве уравнения состояния среды в программе ТВОДИС может использоваться любое термодинамически непротиворечивое соотношение.

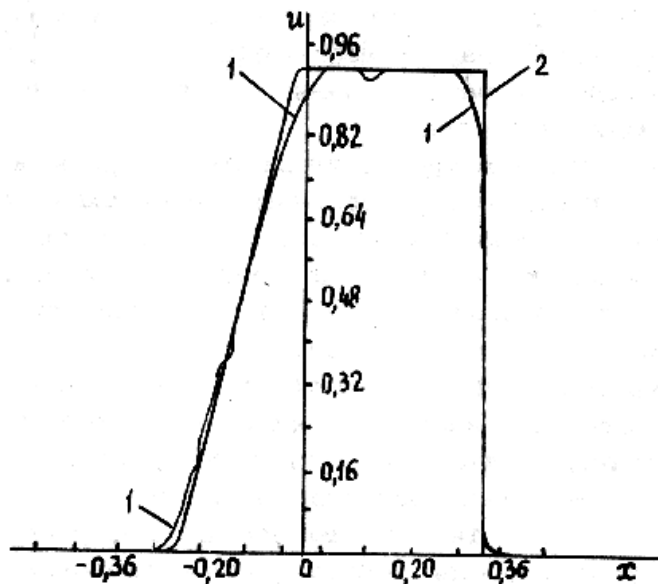


Рис. 3. Профиль  $U(x, t)$  на момент времени  $t = 0,2$ :

1 — вероятностная схема; 2 — схема Неймана.

## 2. Уравнение состояния и результаты расчетов

В монографии Г. Мелоша [4] приведено уравнение состояния Дж. Тиллотсона, выведенное для расчета высокоэнтропийных процессов, и база данных для этого уравнения для широкого на-

бора природных сред. Поскольку приведенные константы представляют собой осредненные данные, то представляет интерес опробовать их на конкретном примере взрыва Хардхет.

Уравнение состояния Тиллотсона включает в себя 10 констант и описывает как область холодного сжатия–расширения, так и область фазовых переходов. Например, в области сжатия уравнение состояния имеет вид

$$P = \left[ a + \frac{b}{\frac{\varepsilon}{(\varepsilon_0 \eta^2) + 1}} \right] \rho \varepsilon + A \mu + B \mu^2,$$

где  $\eta = \frac{\rho}{\rho_0}$ ,  $\mu = \eta - 1$ ,  $a, b, A, B, \varepsilon_0$  — константы Тиллотсона.

Для гранита согласно [4] имеем

$$\rho_0 = 2,68 \text{ г/см}^2; a = 0,5; b = 1,3; A = 18 \text{ ГПа}; B = 18 \text{ ГПа}; \varepsilon_0 = 16 \text{ МДж/кг}.$$

При этом в [5] указывается связь констант Тиллотсона с параметрами Мурнагана, а именно:

$$A = \rho_0 c_0^2, \quad n = \frac{B}{A} + \frac{a + b}{2}.$$

С учетом приведенной в монографии Г. Мелоша системы констант Тиллотсона был проведен расчет взрыва Хардхет в граните. При этом перевод вещества среды (гранита) в разрушенное состояние осуществляется по нескольким критериям, а именно:

1) разрушение при сжатии ( $P > 0$ ) имеет место при выполнении одного из условий:

а)  $T_2 = \frac{1}{3}(Y_{\text{сж}} + K \times P)^2$  — разрушение на сдвиг, где:

$T_2$  — второй инвариант девиатора напряжений,

$\frac{Y_{\text{сж}}}{\sqrt{3}}$  — сцепление скалы,

$\frac{K}{\sqrt{3}}$  — коэффициент упрочнения скалы;

б)  $P = P_{\text{кр1}}$  — раздавливание, где

$P_{\text{кр1}}$  — предел прочности на всестороннее сжатие;

2) разрушение при растяжении ( $P < 0$ ) осуществляется при выполнении условия  $|P| = P_{\text{кр2}}$ , где;

$P_{\text{кр2}}$  — предел прочности при всестороннем растяжении.

После разрушения течение среды либо упругое, либо пластическое, в соответствии с законом пластического течения Прандтля–Рейсса. Функция текучести разрушенной среды (щебенки) бра-лась в виде

$$f = \frac{1}{3}(Y_{\text{щ}} + K_{\text{щ}} P)^2, \quad \text{где } Y_{\text{щ}} = 0, \quad K_{\text{щ}} = \frac{1}{2} K.$$

Физико–механические параметры гранита при проведении расчета взрыва Хардхет имели следующие значения:

Идентификация к рисункам	Название	Численные значения
$\mu$	модуль сдвига гранита	19,61 ГПа
$K$	коэффициент внутреннего трения ска-лы	1
$Y_{\text{сж}}$	сцепление скалы	1 ГПа
$\rho_{02}$	плотность щебня при $P = 0$	1,55 г/см <sup>2</sup>

$P_{кр1}$	прочность на всестороннее сжатие	0,1 ГПа
$P_{кр2}$	прочность на всестороннее растяжение	0,0080 ГПа
$Y_{щ}$	сцепление щебенки	0
$K_{щ}$	коэффициент внутреннего трения щебенки	0,5
$n$	показатель степени в уравнении Мурнагана	3,94
$\rho_{01}$	начальная плотность гранита	2,68 г/см <sup>3</sup>
$c_0$	объемная скорость звука в граните, $K_0 = \rho_0 c_0^2$	3,68 км/с

Значения, приведенные в таблице, взяты из литературных источников [4, 5],

Результаты расчетов приведены на рис. 4. Видно, что по амплитуде радиальные напряжения  $P''$  хорошо совпадают с опытными данными, а по времени прихода сигнала в заданную точку пространства имеет место рассогласование. Это говорит о том, что реальная скорость звука в граните больше, чем та, которая “скрыта” в системе констант Тиллотсона. Пересчет параметров Тиллотсона в соответствии с параметрами Мурнагана  $C_0 = 3,68$  км/с и  $n = 3,94$ , приведенными в монографии Г. Мелоша, дал значения  $A = 36,1$  ГПа,  $B = 11,5$  ГПа. Результаты расчетов для пересчитанных параметров Тиллотсона представлены на рис. 4 (линии 3).

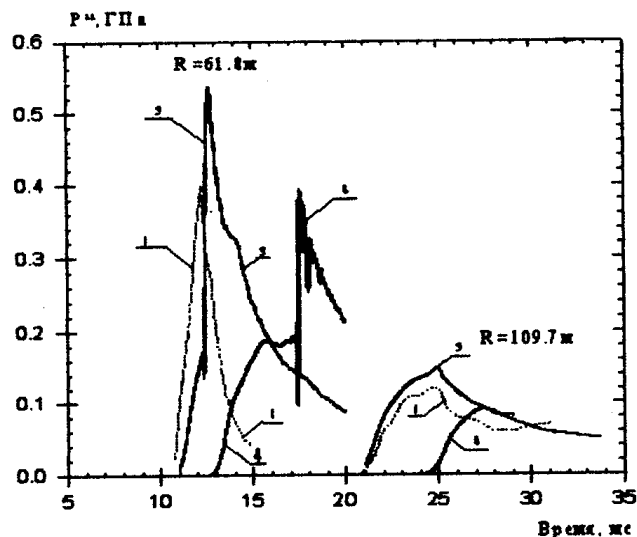


Рис. 4. Взрыв Хардхет.

Линии 1: экспериментальные значения.

Линии 3: для всех уравнений состояния Тиллотсона:  $a = 0,5$ ,  $v = 1,3$ ,  $A = 36,1$ ,  $B = 11,5$ .

Линии 4: для  $R > 0$  уравнений состояния Тиллотсона:  $a = 0,5$ ,  $v = 1,3$ ,  $A = B = 18$  ГПа.

Получилось неплохое согласование опытных и расчетных значений: времени прихода сигнала в точку  $R = 61,8$  м и  $R = 109,7$  м, амплитуды волны  $P''$  в точке  $R = 109,7$  м. Однако, расчетное значение амплитуды  $P''$  в точке  $R = 61,8$  м отличается от опытного значительно ( $\approx 37\%$ ).

На рис. 5 приведены результаты расчетов движения газовой полости и сравнение ее конечных размеров с измеренным значением  $R_n = 19$  м. Видно удовлетворительное совпадение расчетных значений конечного радиуса полости и измеренного  $R_p$ .

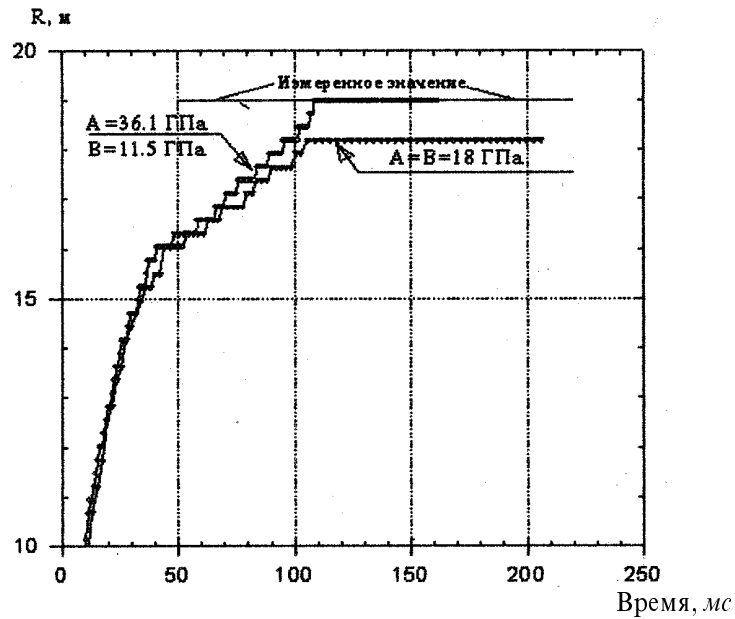


Рис. 5

### 3. Выводы

Проведенный численный эксперимент показал, что использование уравнения состояния Тиллотсона с предлагаемой им осредненной системой констант, по-видимому, с удовлетворительной степенью точности будет описывать явления, связанные с высоко-энтропийными процессами.

### Литература

1. Родин Г. Сейсмология ядерных взрывов.— М.: "Мир", 1974.
2. Скоркин Н.А. Об одной конечно-разностной схеме для решения задач механики сплошной среды., Доклады международной конференции "4-ые Забабахинские научные чтения", г. Снежинск, Россия, 1995.
3. Сод Г. Обзор некоторых разностных методов для консервативных нелинейных гиперболических систем уравнений. — J. of Comp. Phys., 1978 v. 27, № 1.
4. Мелош Г. Образование ударных кратеров.— М: "Мир", 1994.
5. Удар, взрыв и разрушение ., сборник "Механика", № 26, серия "Новое в зарубежной науке." — М: "Мир", 1981.