

УДК 621.01

**ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ШАРНИРНОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКА  
НА ОСНОВЕ ПОНЯТИЯ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ  
ПЛОСКОЙ ДИАДЫ ПЕРВОГО ВИДА**

Н.Н. Крохмаль  
e-mail: longeron@pp.kurgan.ru

Курганский государственный университет, г. Курган, Россия

Статья поступила 27 мая 2003 г.

Как известно шарнирный четырехзвенник широко применяется в качестве передаточного механизма, преобразующего параметры вращательного движения входного звена в требуемые параметры вращательного движения выходного звена.

Не нарушая общности рассуждений, рассмотрим пример геометрического синтеза механизма из [1] при следующих исходных данных.

Требуется с помощью указанного механизма воспроизвести функцию

$$\beta = 0,009\phi^2 + W \tag{1}$$

на угле поворота входного звена равном 100 град. Углы в этой зависимости выражены в градусах и отсчитываются против направления вращения часовой стрелки.

Выберем относительную длину входного звена АВ (рис. 1)  $l1 = 1$ , а систему координат таким образом, чтобы угол его начального положения был  $\phi_0 = 0$ . Угол  $W$  определяет начальное положение звена CD (при  $\phi_0 = 0$ ).

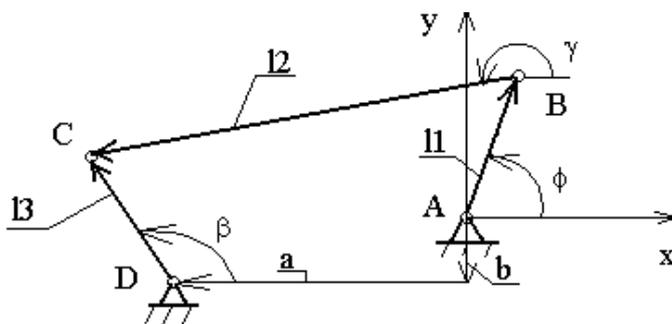


Рис. 1

Составим проекции уравнения замкнутого векторного контура звеньев механизма на координатные оси:

$$\left. \begin{aligned} \cos \phi_i + l2 \cdot \cos \gamma_i - l3 \cdot \cos \beta_i + a &= \Delta 1_i, \\ \sin \phi_i + l2 \cdot \sin \gamma_i - l3 \cdot \sin \beta_i + b &= \Delta 2_i, \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

где  $i$  — номер расчетного положения механизма;  $\Delta 1_i, \Delta 2_i$  — величины невязок в уравнениях, получающиеся в результате подстановки конкретных числовых значений параметров.

Запишем следующую функцию [2]:

$$F = \sum_i \Delta 1_i^2 + \sum_i \Delta 2_i^2, \quad (3)$$

которая должна иметь минимум для расчетных положений. Это становится возможным при выполнении, в числе прочих, следующих условий:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial l_2} &= \sum_i \Delta 1_i \cdot \cos \gamma_i + \sum_i \Delta 2_i \cdot (-\sin \gamma_i) = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial a} &= \sum_i \Delta 1_i = 0, \\ \frac{\partial F}{\partial b} &= \sum_i \Delta 2_i = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Полученная система линейных уравнений служит для определения длин звеньев  $l_2$ ,  $a$ ,  $b$  при известных значениях углов  $\phi$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и длины  $l_3$ . Углы  $\phi$ ,  $\beta$  заданы в качестве исходных данных.

Угол  $\gamma$  определим через  $l_3$  и задаваемые углы, исходя из следующих рассуждений. Звенья 2 и 3 образуют диаду, для которой существует кинематическая зависимость, выраженная через компоненты передаточной функции [3]

$$\dot{x}_C = a_{11} \cdot \dot{x}_B + a_{12} \cdot \dot{y}_B, \quad (5)$$

где  $\dot{x}_C$ ,  $\dot{x}_B$ ,  $\dot{y}_B$  — проекции аналогов скоростей точек  $C$  и  $B$  на координатные оси

$$\begin{aligned} \dot{x}_C &= -l_3 \cdot \sin \beta \cdot \dot{\beta}, \\ \dot{x}_B &= -\sin \phi, \\ \dot{y}_B &= \cos \phi, \end{aligned} \quad (6)$$

$a_{11}$ ,  $a_{12}$  — элементы матрицы (размера  $2 \times 2$ ) передаточной функции

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{1}{1 - \operatorname{ctg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma}, \\ a_{12} &= \frac{1}{\operatorname{ctg} \gamma - \operatorname{ctg} \beta}. \end{aligned} \quad (7)$$

После подстановки (6), (7) в уравнение (5) и его решения относительно  $\gamma$  будем иметь

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{l_3 \cdot \sin \beta \cdot \dot{\beta} - \sin \phi}{l_3 \cdot \cos \beta \cdot \dot{\beta} - \cos \phi}. \quad (8)$$

Построим целевую функцию для оптимизационного синтеза рассматриваемого механизма, которая является неявной, зависит только от двух параметров  $l_3$  и  $W$  и может быть вычислена по следующему алгоритму:

1. Выбор числа расчетных положений механизма  $n$ .
2. Задание углов  $\phi_i$  и расчет углов  $\beta_i$  для заданных положений механизма (1).
3. Задание значений аргументов функции  $l_3$ ,  $W$ .
4. Расчет угла  $\gamma_i$  в заданных положениях механизма (8).
5. Определение длины звеньев механизма (4).
6. Вычисление координат точки  $C$  (9).
7. Определение угла  $\beta_{0i}$  для вычисленных звеньев (10).
8. Вычисление значения целевой функции:

$$f(l_3, W) = \sum_i (\beta_i - \beta_{0i})^2.$$

Для выполнения расчетов п. 6 есть уравнения (2). После простых преобразований эти уравнения приводятся к виду, удобному для определения координат точки С

$$\begin{aligned} x_{C_j} &= \cos \phi_j - l_2 \cdot \cos \gamma_j, \\ y_{C_j} &= \sin \phi_j - l_2 \cdot \sin \gamma_j. \end{aligned} \tag{9}$$

Зная координаты точки С, легко определить угол  $\beta_{0i}$ , задающий положение выходного звена для вычисленных в п. 5 длин звеньев

$$\beta_{0i} = \operatorname{arctg} \left( \frac{y_{C_j} - b}{x_{C_j} - a} \right). \tag{10}$$

Наконец, зная значения угла  $\beta_{0i}$  в расчетных положениях механизма, можно вычислить величину оптимизируемой функции, характеризующей отклонение истинного закона движения выходного звена от заданного.

Очевидно, необходимо определить такие значения  $l_3$  и  $W$ , чтобы функция  $f(l_3, W)$  имела наименьшее значение. Таким образом, задача синтеза механизма сводится к отысканию минимума этой функции. Ее легко решить с помощью математического пакета MathCAD. Первоначально удобно построить карту линий уровня целевой функции (рис. 2), задавая значения аргументов на выбранных интервалах с определенными шагами. Затем с помощью карты линий уровня локализовать расположение минимумов целевой функции.

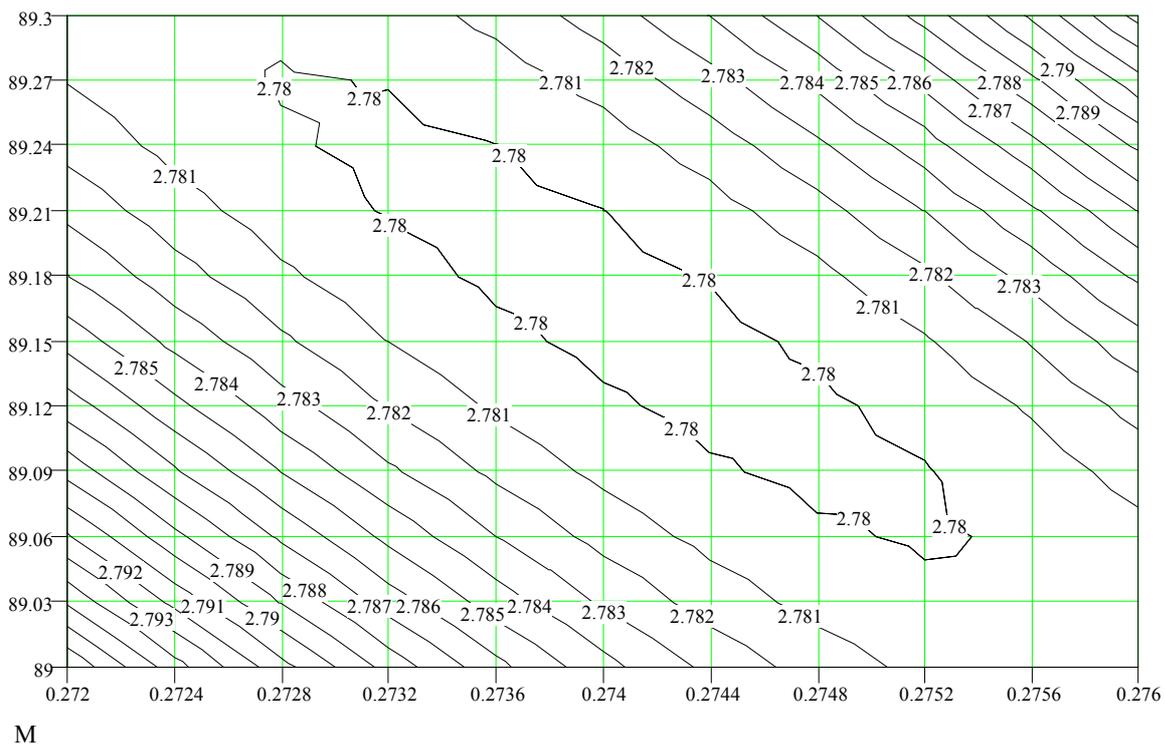


Рис. 2

После локализации минимумов с помощью стандартных процедур определяются значение минимума функции и аргументов, при которых этот минимум достигается. На рисунке 2 показана локализация одного из минимумов целевой функции. В результате вычислений минимум функции оказался равным  $f(l_3, W) = 2,7797$  при  $l_3 = 0,2743$  и  $W = 89,15^\circ$ . При этих значениях три оставшихся параметра механизма равны  $l_2 = 1,3107$ ,  $a = -0,3149$ ,  $b = -0,2623$ .

Результаты синтеза механизма по методике, приведенной в [1], соответственно такие  $l_3 = 0,3686$ ,  $W = 84,3^\circ$ ,  $l_2 = 1,4897$ ,  $a = -0,5264$ ,  $b = -0,3561$ . При этих параметрах механизма значение целевой функции равно  $f(l_3, W) = 7,63$ .

## **Заключение**

Представленный метод оптимизационного синтеза шарнирного четырехзвенника, основанный на понятии передаточной функции плоской диады первого вида, позволяет понизить размерность задачи с 5 до 2 и выбрать начальные приближения длин звеньев механизма в рамках самого метода. Нарботка базы данных для предлагаемого метода позволит выяснить свойства целевых функций различных видов и уточнить особенности алгоритмов их вычисления.

## **Список литературы**

1. Артоболевский И.И., Левитский Н.И., Черкудинов С.А. Синтез плоских механизмов. — М.: Физматгиз, 1959. 1084 с.
2. Коннова Г.В. Проектирование плоских шестизвенных передаточных рычажных механизмов на основе линейного алгебраического метода // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1994. № 2. С. 32—37.
3. Крохмаль Н. Н. Кинематический анализ групп Ассур в связи с их структурными свойствами // Известия Челябинского научного центра УрО РАН, 2003. № 1 (18). С. 1—6.