Известия Челябинского научного центра, вып. 2 (23), 2004

ПРОБЛЕМЫ МАШИНОСТРОЕНИЯ

УДК 621.01

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ КУЛИСНОГО МЕХАНИЗМА НА ОСНОВЕ ПОНЯТИЯ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ ПЛОСКОЙ ДИАДЫ ТРЕТЬЕГО ВИДА

Н.Н. Крохмаль
e–mail: longeron@pp.kurgan.ru

Курганский государственный университет, г. Курган, Россия

Статья поступила 8 августа 2004 г.

Механизм является передаточным, предназначенным для преобразования закона вращательного движения. В кулисном механизме число неизвестных геометрических параметров равно четырем. Этими параметрами являются *a*, *b*, *e* и *W* — угол, задающий начальное положение коромысла CD. Относительная длина коромысла принимается равной 1 (рис. 1).

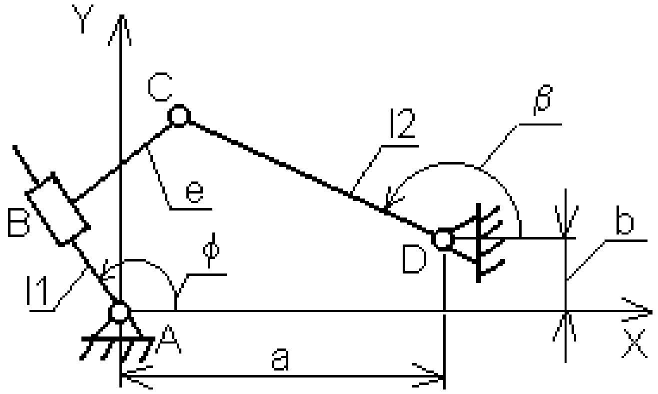

Рис. 1

Не нарушая общности рассуждений, рассмотрим пример геометрического синтеза механизма из [1] при следующих исходных данных. Предположим, что требуется на угле поворота 50° входного звена AB воспроизвести на выходном звене CD следующий закон движения

$$\beta = 0{,}04\phi^2 + W\,. \tag{1}$$

Составим уравнение контура механизма в проекциях на координатные оси системы координат для *I*–го положения (рис. 1).

$$\left.\begin{aligned} &l1\cos\phi_i - e\sin\phi_i - \cos\beta_i - a = \Delta 1_i, \\ &l1\sin\phi_i + e\cos\phi_i - \sin\beta_i - b = \Delta 2_i. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Запишем следующую функцию:

$$F = \sum_i \Delta 1_i^2 + \sum_i \Delta 2_i^2, \tag{3}$$

которая должна иметь минимум для расчетных положений. Это становится возможным при выполнении, в числе прочих, следующих условий:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial F}{\partial e} = -\sum_i \Delta 1_i \cdot \cos\phi_i + \sum_i \Delta 2_i \cdot \cos\phi_i = 0, \\ &\frac{\partial F}{\partial a} = \sum_i \Delta 1_i = 0, \\ &\frac{\partial F}{\partial b} = \sum_i \Delta 2_i = 0. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Полученная система линейных уравнений служит для определения длин звеньев *e*, *a*, *b* при известных значениях углов ϕ, β и длины $l1$. Углы ϕ, β заданы в качестве исходных данных.

Определим $l1$ через заданные углы ϕ, β, исходя из следующих рассуждений. Звенья ВС и CD образуют диаду, для которой существует зависимость [2], выраженная через компоненты передаточной функции

$$\begin{aligned} \dot{x}_C &= a_{11}\dot{x}_B + a_{12}\dot{y}_B, \\ \dot{y}_C &= a_{21}\dot{x}_B + a_{22}\dot{y}_B. \end{aligned} \tag{5}$$

Для анализа (5) необходимо определить следующие параметры, входящие в эту систему. Координаты точки С

$$\begin{aligned} x_C &= a + \cos\beta, \\ y_C &= b + \sin\beta. \end{aligned} \tag{6}$$

Проекции аналога скорости точки С

$$\begin{aligned} \dot{x}_C &= -\sin\beta \cdot \dot{\beta}, \\ \dot{y}_C &= \cos\beta \cdot \dot{\beta}. \end{aligned} \tag{7}$$

Координаты точки В

$$\begin{aligned} x_B &= l1 \cos\beta, \\ y_B &= l1 \sin\beta. \end{aligned} \tag{8}$$

Проекции аналога скорости точки В

$$\begin{aligned} \dot{x}_B &= l\dot{1} \cos\phi - l1 \sin\phi, \\ \dot{y}_B &= l1 \sin\phi + l1 \cos\phi. \end{aligned} \tag{9}$$

Подставляя (6), (7), (8), (9) в (5) после некоторых преобразований получим систему двух уравнений

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\sin\beta \cdot \dot{\beta}}{a_{11}\cos\phi + a_{12}\sin\phi} &= l\dot{1} - l1\frac{a_{11}\sin\phi - a_{12}\cos\phi}{a_{11}\cos\phi + a_{12}\sin\phi}, \\ \frac{\cos\beta \cdot \dot{\beta}}{a_{21}\cos\phi + a_{22}\sin\phi} &= l\dot{1} - l1\frac{a_{21}\sin\phi - a_{22}\cos\phi}{a_{21}\cos\phi + a_{22}\sin\phi}. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Выражения для элементов матрицы передаточной функции a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22} соответствуют (5). Подставляя (10) в (5) определим

$$l1 = \dot{\beta} \cos(\beta - \phi)\,. \qquad (11)$$

Таким образом, неизвестные параметры в системе (5) могут быть определены только через ϕ и β. Но β в свою очередь определяется через ϕ и *W*. Следовательно, три параметра синтеза *e*, *a*, *b* являются функциями четвертого параметра *W* и могут быть вычислены при определении минимума целевой функции.

Построим целевую функцию для оптимизационного синтеза кулисного механизма, которая является неявной, зависит только от одного параметра *W* и может быть вычислена по алгоритму:

1. Выбор числа расчетных положений механизма *n*.
2. Задание углов ϕ_i и расчет углов β_i для заданных положений механизма (1).
3. Задание значений аргументов функции *W*.
4. Определение длин звеньев механизма (4).
5. Определение угла $\beta0_i$ для вычисленных звеньев по второму уравнению (2).

Вычисление значения целевой функции

$$f(W) = \sum_i (\beta_i - \beta0_i)^2\,.$$

Необходимо определить такие значения W, чтобы функция $f(W)$ имела наименьшее значение. Первоначально построим график целевой функции (рис. 2), задавая значения аргумента на выбранном интервале с определенным шагом. Затем с помощью графика легко локализовать расположение минимумов целевой функции.

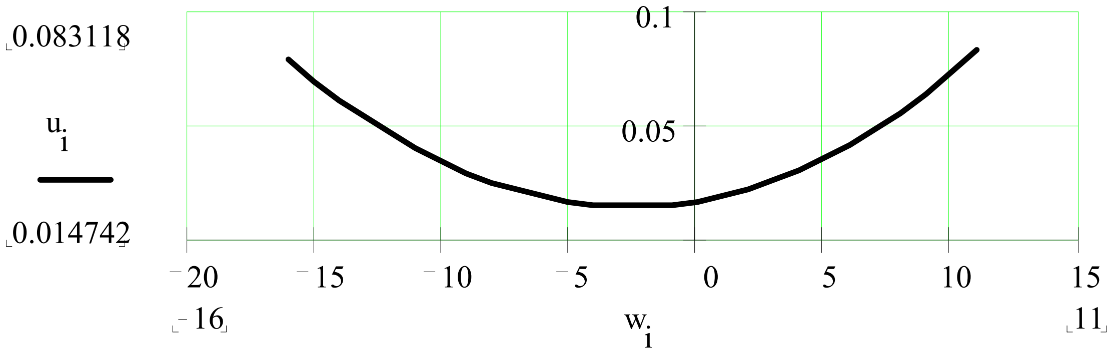

Рис. 2

После локализации минимума целевой функции с помощью стандартных процедур определяется значение ее минимума и значение аргумента, при котором этот минимум достигается. В результате вычислений минимум функции оказался равным $f(W) = 0{,}015$ при $W = -2{,}524^\circ$. При этих значениях три оставшихся параметра механизма равны $e = 4{,}008$, $a = -0{,}871$, $b = -0{,}2623$.

Результаты синтеза механизма по методике, приведенной в [1], соответственно такие $W = -2{,}5^\circ$, $e = 4{,}187$. При этих параметрах механизма значение целевой функции, рассмотренной в данном разделе, равно $f(W) = 0{,}035$.

Заключение

Представленный метод оптимизационного синтеза кулисного механизма, основанный на понятии передаточной функции плоской диады третьего вида, позволяет понизить размерность задачи с 4 до 1 и выбрать начальные приближения длин звеньев механизма в рамках самого метода. Наработка базы данных для предлагаемого метода позволит выяснить свойства целевых функций различных видов и уточнить особенности алгоритмов их вычисления.

Список литературы

1. Артоболевский И.И., Левитский Н.И., Черкудинов С.А. Синтез плоских механизмов. — М.: Физматгиз, 1959. 1084 с.
2. Крохмаль Н. Н. Кинематический анализ групп Ассура в связи с их структурными свойствами // Изв. Челябинского науч. центра УрО РАН, 2003. № 1(18). С. 1—6.