
МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

УДК 539.3

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ТОНКОСТЕННОЙ ОБОЛОЧКИ, ЗАПОЛНЕННОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЖИДКОСТЬЮ¹

С.Б. Сапожников, Е.Я. Фот, В.В. Мокеев
e-mail: ssb@susu.ac.ru, voth@mail.ru, mokeyev@mail.ru

Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия

Статья поступила 21 ноября 2004 г.

Введение

Проблема гидроупругого взаимодействия конструкции с жидкостью изучалось во многих работах. Для малых перемещений обычно используют два подхода, связанные с именами Эйлера и Лагранжа. В подходе Эйлера движение жидкости выражается в терминах либо потенциала скорости, либо функции давления, в то время как перемещения используются для описания поведения конструкции. Подход Лагранжа, в противоположность подходу Эйлера, использует перемещение для описания поведения, как жидкости, так и конструкции.

Реализации подходов Лагранжа и Эйлера на основе метода конечных элементов в основном касаются взаимодействия упругой конструкции с идеальной жидкостью. Различные проблемы, возникающие при использовании этих подходов, обсуждаются в работах [1—4].

Условия на границе раздела упругой конструкции и жидкости обычно представляется либо в форме условий полного контакта («прилипание») либо в форме условий равенства нормальных перемещений и равенства нормальных напряжений («скольжение»). Вторая форма обычно используется в задачах гидроупругого взаимодействия конструкции с идеальной жидкостью. Первая форма больше подходит для задач гидроупругости с вязкоупругой жидкостью. Как отмечено в работе [5], «между поверхностью твердого тела и всякой вязкой жидкостью всегда существуют силы молекулярного сцепления, приводящие к тому, что прилегающие к твердой стенке слои полностью задерживаются, как бы прилипая к ней».

1. Экспериментальное исследование динамических характеристик тонкостенной оболочки, заполненной вязкой жидкостью

Изучение частот собственных колебаний оболочки выполнялось методом анализа спектральных плотностей виброускорений. Виброускорения измерены малогабаритным акселерометром MS98 массой 0,5 г, установленным на краю оболочки при импульсном воздействии на противоположный край. Схема эксперимента приведена на рис. 1.

Сигнал акселерометра был записан с помощью стандартной звуковой платы персонального компьютера с наивысшим качеством (Sample Rate = 44100, Bit Depth = 16, Mono) в цифровой WAV-файл, который был далее обработан с помощью известной процедуры быстрого преобразования Фурье (БПФ) с перекрывающимися отрезками для получения спектральной плотности виброускорений (рис. 2а, б — для сухой оболочки и полностью заполненной, соответственно). Здесь A — спектральная плотность виброускорений с точностью до множителя (энергетическая характеристика колебательного процесса).

¹ Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант РФФИ–Урал № 01–01–96–421)

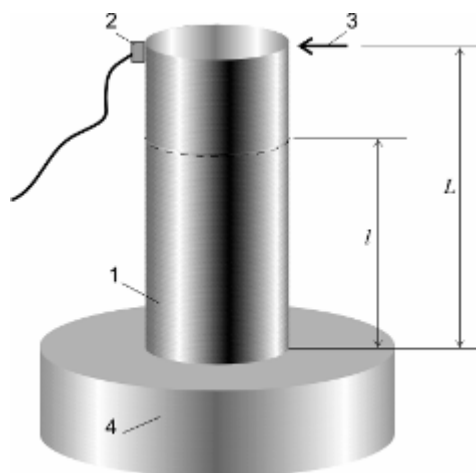


Рис. 1. Схема стенда (пояснения в тексте):

1 — оболочка; 2 — акселерометр; 3 — импульсное воздействие; 4 — массивное основание;
 L и l — длина оболочки и высота жидкости

Сигнал акселерометра был записан с помощью стандартной звуковой платы персонального компьютера с наивысшим качеством (Sample Rate = 44100, Bit Depth = 16, Mono) в цифровой WAV-файл, который был далее обработан с помощью известной процедуры быстрого преобразования Фурье (БПФ) с перекрывающимися отрезками для получения спектральной плотности виброускорений (рис. 2а, б — для сухой оболочки и полностью заполненной, соответственно). Здесь A — спектральная плотность виброускорений с точностью до множителя (энергетическая характеристика колебательного процесса).

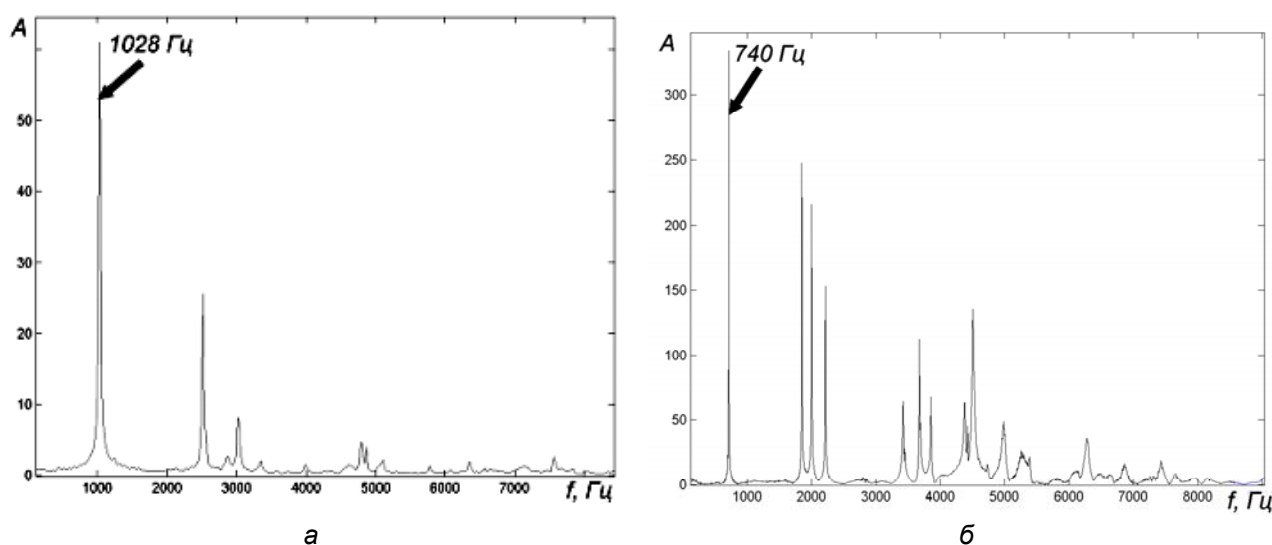


Рис. 2. Спектры колебаний

Можно отметить наличие ряда частот, на которых наблюдаются энергетические пики — это собственные частоты колебаний сухой оболочки и оболочки с жидкостью. Полное заполнение жидкостью оболочки снижает ее первую собственную частоту почти на 30 %.

Демпфирование колебаний исследуется с помощью схемы, показанной на рис. 3. Экспериментальное изучение демпфирующих характеристик оболочки с жидкостью базируется на методике, состоящей из возбуждения гармонических колебаний оболочки на первой резонансной частоте внешним источником (1) с неизменной амплитудой, отключения его и регистрации затухающих колебаний оболочки акселерометром (2), установленном на ее краю [6].

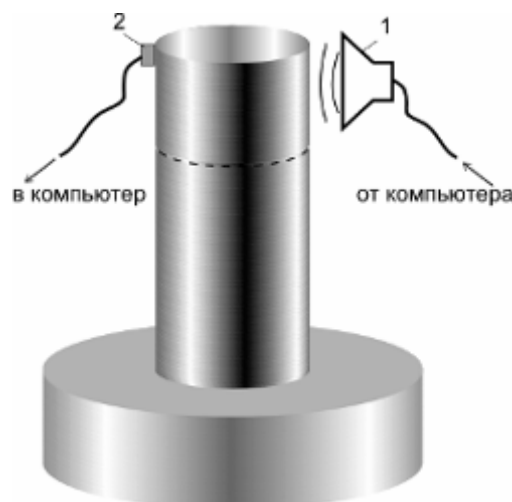


Рис. 3. Схема стэнда для изучения демпфирования колебаний

Источник 1 (динамик) получал сигнал от звуковой карты персонального компьютера, которая, в свою очередь работала со звуковым WAV– файлом, созданным в пакете MathCAD. Длительность записи составляла 5 секунд, что гарантировало выход конструкции на резонансный режим. Во время возбуждения и после отключения происходила запись сигнала акселерометра (2) через микрофонный вход звуковой карты персонального компьютера. Сигнал акселерометра был записан с максимальным качеством в цифровой WAV–файл, в котором было около 40 точек на один период колебаний. Файл был далее обработан с целью фильтрации шумов и определения частоты колебательного процесса f и логарифмического декремента δ путем аппроксимации экспериментальных данных акселерометра функцией времени типа

$$y(t) = Ae^{-\delta ft} \sin(2\pi ft + \varphi),$$

В процессе обработки использован пакет MathCAD и встроенная процедура *Minimize* с четырьмя параметрами — амплитуда A , частота f , сдвиг фаз φ и декремент колебаний δ .

Для примера на рис.4 приведены сигналы акселерометра ($y(t)$), точки, безразмерная величина) и аппроксимирующие функции для сухой (а) и полностью заполненной (б) оболочки (сплошные линии), огибающие — жирные линии в функции времени. В случае заполнения оболочки декремент увеличивается, а первая собственная частота снижается (см. табл. 1—3).

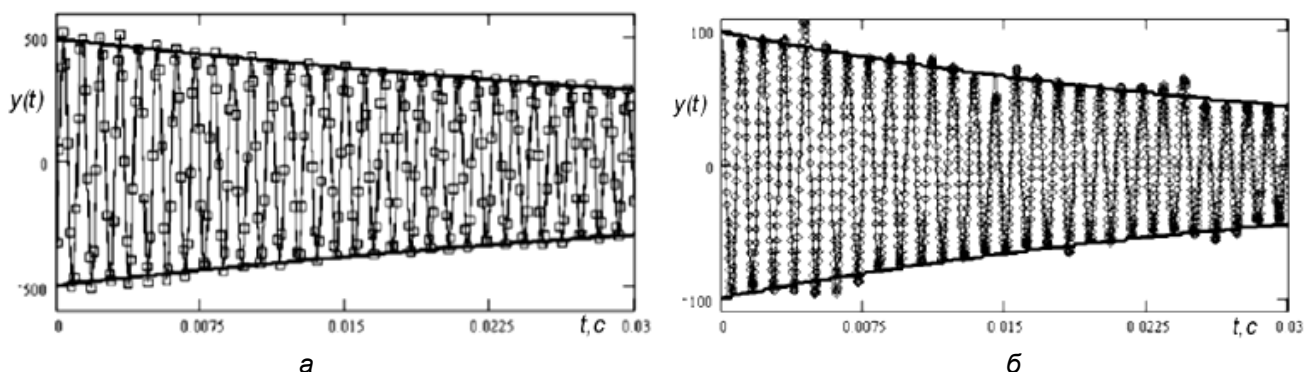


Рис. 4. Затухающие колебания

2. Численное исследование колебаний упругой конструкции с вязкой жидкостью.

Численно исследована стальная цилиндрическая оболочка внутренним диаметром 54, наружным — 56 мм, длиной 183 мм, заполнена вазелиновым маслом на разную высоту (0, 50, 75 и 100 %). Использован метод конечных элементов.

При использовании подхода Лагранжа предполагается, что поведение вязкой жидкости описываются в рамках теории упругости. Условие на границе раздела упругой конструкции и жидкости обычно представляется либо в форме условий полного контакта («прилипание», формула (1а)) либо форме условий равенства нормальных перемещений и равенства нормальных напряжений («скольжение», формула (1б))

$$\bar{u} = u, \text{ и } p_{ij} = \sigma_{ij}, \quad (1a)$$

$$\bar{u}_n = u_n, \text{ и } p_{nn} = \sigma_{nn}, \quad (1b)$$

где \bar{u} — перемещение упругой конструкции; σ_{ij} — компоненты тензора напряжений упругой конструкции на границе контакта с жидкостью.

При использовании подхода Эйлера колебания вязкой жидкости описаны уравнениями Навье–Стокса. Решение уравнений Навье–Стокса получено в виде [4]

$$\mathbf{v} = \nabla \varphi,$$

где \mathbf{v} — вектор скорости движения жидкости, φ — скалярный потенциал скорости. При этом условие контакта упругой конструкции и вязкой жидкости может быть описано только в форме (1б).

3. Результаты исследований

Сравнение экспериментальных и численных исследований приведено в табл. 1—3.

Таблица 1

Декременты и собственные частоты оболочки, заполненной жидкостью на 100 %

Номер тона	Подход Эйлера		Подход Лагранжа				Эксперимент	
			скольжение		прилипание			
	декремент	частота	декремент	частота	декремент	частота	декремент	частота
1	0,01625	694,6	0,01701	713,7	0,02917	709,5	0,025	740
2	0,03162	2202	0,03149	2150	0,03618	2134	—	1935

Таблица 2

Декременты и собственные частоты оболочки заполненной жидкостью на 75 %

Номер тона	Подход Эйлера		Подход Лагранжа				Эксперимент	
			скольжение		прилипание			
	Декремент	частота	декремент	частота	декремент	частота	декремент	частота
1	0,01582	764,7	0,01538	871,9	0,02092	890,2	0,031	898
2	0.03061	2188	0.03245	2321	0.03452	2369	—	2118

Таблица 3

Декременты и собственные частоты оболочки, заполненной жидкостью на 50 %

Номер тона	Подход Эйлера		Подход Лагранжа				Эксперимент	
			скольжение		прилипание			
	декремент	частота	декремент	частота	декремент	частота	декремент	частота
1	0,01394	1021	0,01420	983,1	0,01581	1006	0,015	999,7
2	0.03674	2667	0.03453	2451	0.03715	2499	—	2387

Заключение

Экспериментальные и расчетные исследования динамических характеристик упругих оболочек, наполненных вязкой жидкостью, показали, что

1. приведенная методика дает удовлетворительное совпадение частот свободных колебаний как в случае скольжения, так и прилипания вязкой жидкости к поверхности оболочки (погрешности менее 5 %);

2. учет прилипания вязкой жидкости к поверхности дает более близкие к экспериментальным значения коэффициентов демпфирования, по сравнению со схемой проскальзывания, что может служить критерием правильности выбора именно этой расчетной схемы.

Работа выполнена при поддержке фонда Российского фонда фундаментальных исследований (грант РФФИ–Урал № 01–01–96–421).

Список литературы

1. Everstine G.C. Finite element formulations of structural acoustics problems // Computers & Structures. 1997, Vol. 65, № 3. P. 307 — 321.
2. Morand H, Ohayon R. Fluid Structure interaction. Wiley, 1995.
3. Levesque D., Bertrand L. A finite element formulation for the coupled thermoviscoelastic response of solid–fluid systems // Int. J. Num. Meth. Engng. 1990, 29. P. 953—968.
4. Mokeyev V.V. On a method for vibration analysis of viscous compressible fluid — structure systems // Int. J. Num. Meth. Engng. 2004, 59. P. 1703—1723
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
6. Сапожников С.Б., Тыняный А.Ф. Вязкоупругие характеристики низкомодульной среды при квазистатическом и динамическом нагружениях. Сб. науч. тр. Международной науч.–практ. конф. «Снежинск и наука. Современные проблемы атомной науки и техники». — Снежинск Челябинской области: Изд. СГФТА, 2003. С. 77—78.