

УДК 532.5+536.24+531.7

## **НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ОБОСНОВАНИЯ ВИБРОАКУСТИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ И СОСТАВА МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СРЕД**

**С.Г. Некрасов**  
e-mail: nsg@susu.ac.ru

Южно–Уральский государственный университет, г. Челябинск, Россия

Статья поступила 16 декабря 2004 г.

### **Введение**

Рассматриваемая задача связана с измерением расхода многокомпонентных сред и имеет отношение к нефтегазодобывающей, металлургической, химической, энергетической и другим отраслям народного хозяйства.

Существующие способы определения состава многокомпонентных сред строятся, в основном, на измерении плотности или другого параметра квазигомогенной среды, полученной за счет перемешивания тем или иным способом исходной среды, что сводит количество измеряемых компонент к 2 или 3 и не отвечает современным требованиям по количеству и точности измеряемых компонент (<http://www.framoeng.no/publications/Production%20Sampling.pdf>). Обычно применяемые для этих целей радиоизотопный плотномер, ядерно–магнитный анализатор и подобные им устройства чрезмерно дороги и сложны в обслуживании, требуют ограниченной протяженности мерного участка поперек потока, что снижает верхнюю границу диапазона измерений расхода.

Общей чертой существующих методов является направленность измерений на один–два физических параметра–признака, имеющих ясную физическую интерпретацию и допускающих, тем самым, проведение по ним калибровочных операций. Однако для корректной постановки задачи число идентификационных признаков должно быть, по крайней мере, не меньше числа компонент измеряемой среды, причем избыток информации здесь не является лишним и всегда может быть обращен на повышение точности измерений. Отдельным вопросом стоит задача обеспечения или выбора чувствительности используемых средств измерений, отвечающим определенному содержанию в смеси тех или иных компонент. Предлагаемый подход, на наш взгляд, соответствует предъявляемым требованиям и лишен, по крайней мере, некоторых из вышеуказанных недостатков.

### **1. Виброакустические измерения**

Предлагается использовать виброакустические измерения для определения состава многокомпонентных сред по амплитудно–фазочастотным диаграммам кинетического импеданса резонансных вибродатчиков [1, 2]. Подобные диаграммы строятся по результатам измерений на электрическом входе датчиков, причем форма и размеры диаграмм определяются характером акустической нагрузки конкретного датчика и могут быть использованы для идентификации многокомпонентных сред. Датчики легко установить на поверхности продуктопровода так, чтобы они не выступали за его пределы, что устраняет паразитные потери давления. Идентификация компонент среды здесь может быть основана на работе системы типа «черный ящик» в виде, например, корреляционно–регрессионной модели или нейросети, обученной в результате

измерений импеданс–диаграмм на известных допустимых для данного типа измерений средах. Такая модель может затем использоваться на рабочем месте в режиме динамических измерений.

Однако, в метрологии принято доверять только прямым (обычно статическим) методам измерений, поэтому требуется обеспечить в процессе работы периодическую калибровку результатов таких измерений, что в настоящий момент и является основным сдерживающим фактором. Естественными физическими параметрами являются плотность, скорость звука и вязкость измеряемой квазигомогенной среды, но если первый параметр можно контролировать одним из весовых методов, то два последних параметра трудно контролировать из-за распада среды, извлеченной из зоны смешивания. Таким образом, калибровка возможна только для предварительно подготовленной среды в виде газа и жидкости в результате разделения ее, например, гравитационным сепаратором. Естественно, такое разделение является не полным и жидкость остается газированной с локальными фрагментами пены, а газ содержит жидкость в виде паров или мелких капель определенных фракций жидкости, что стирает четкую границу размежевания фаз.

Проведенные исследования показывают, что виброакустические измерения также эффективнее проводить отдельно в жидкости и газе из-за ограниченности диапазона измерений и чувствительности датчиков. В этих условиях задача калибровки становится возможной уже не по одному, а по трем вышеуказанным параметрам, что существенно повышает достоверность измерений. Найдем связь результатов виброакустических измерений с вышеуказанными физическими параметрами. Такая задача относится к виброреологии жидкости и газа и не может быть практически решена без предварительного аналитического изучения.

## 2. Плотность и скорость звука

В основу решения задачи виброреологии двухфазного сжимаемого слоя жидкости положена феноменологическая модель. Свойства среды задаются феноменологическими зависимостями следующего вида:

–плотность среды

$$\rho = \rho_1 + \alpha_1 (\rho_0 - \rho_1), \quad (1)$$

где  $\rho_0$  и  $\rho_1$  — плотности газа и жидкости;

–вязкость среды

$$\mu = \mu_1 + \alpha_2 (\mu_0 - \mu_1), \quad (2)$$

где  $\mu_0$  и  $\mu_1$  — вязкости газа и жидкости;

–зависимость между плотностью и давлением  $P$

$$\rho = kP^{\alpha_3}, \quad (3)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  — параметры газосодержания, близкие друг другу ( $\approx \alpha$ ) и определяемые в каждом конкретном случае по данным эксперимента. При таком подходе газосодержание равномерно распределяется по объему. Представленные зависимости непрерывно описывают состояние среды от чистой жидкости ( $\alpha=0$ ) до чистого газа ( $\alpha=1$ ).

Рассмотрим случай *излучения в неограниченную среду*, когда размеры излучающей поверхности сравнимы или больше длины волны звука в этой среде. В любой точке звукового поля колебательная скорость частиц  $v$  и звуковое давление  $P$  могут быть выражены через акустический потенциал скоростей  $\phi$  в этой точке:

$$v = -\nabla\phi, \quad P = \rho(\partial\phi/\partial t), \quad (4)$$

где  $\nabla = i\partial/\partial x + j\partial/\partial y + k\partial/\partial z$ . В случае синусоидальных колебаний с угловой частотой  $\omega$  потенциал скорости  $\phi = \Phi \exp(j\omega t)$  удовлетворяет волновому уравнению

$$(\nabla^2 + k^2)\Phi = 0, \quad (5)$$

где  $k$  — волновое число среды  $k = \omega(\rho/E)^{1/2} = \omega/c = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  — длина волны,  $c$  — скорость звука,  $E$  — модуль объемной упругости среды. Решение волнового уравнения (5) хорошо известно и ищется в виде суммы гармонических для плоской волны или бесселевых функций для цилиндрической и сферической волн, причем произвол в решениях устраняется удовлетворением соответствующих краевых условий.

Решение уравнения (5) позволяет найти поле скоростей и давлений по формулам (4), которые можно использовать для определения импеданса излучения датчика  $Z_a$  по формуле  $Z_a = (\int P_s ds) / v_s$ , где  $P_s$  и  $v_s$  — давление и скорость на излучающей поверхности  $S$  датчика. Наряду с импедансом излучения рассматривают удельный импеданс  $z_a = Z_a/S = r_a + jx_a$ , который состоит из действительной и мнимой частей, причем активная часть импеданса определяет мощность излучения  $P_a = v_s^2 r_a S$ , а реактивная — присоединенную к датчику массу среды, которая определяется величиной вовлеченной в колебательный процесс массы измеряемой среды и, следовательно, зависит от формы, частоты и акустических характеристик среды.

Например, удельный импеданс излучения круглого диска радиуса  $R$ , совершающего поршневые колебания в бесконечном экране или, что равносильно, колебания антисимметричные над и под поршнем без экрана, можно получить из решения уравнения (2):

$$z_a = \rho c z_a = \rho c \left[ 1 - J_1 \frac{2kR}{kR} + jK_1 \frac{2kR}{2k^2 R^2} \right], \quad (6)$$

где  $J_1$  и  $K_1$  — функции Бесселя. Из выражения (6) следует, что мнимая часть с ростом радиуса диска  $R$  затухает быстрее, чем второе слагаемое и при  $kR > 5$  этим слагаемым можно пренебречь. Если  $R \gg \lambda$ , то можно пренебречь и вторым слагаемым действительной части, что позволяет установить приближенное равенство  $z_a \approx \rho c$  или, в случае принятия определенных конструктивных мер, точное равенство. Измерение  $z_a$  возможно по диаграммам кинетического импеданса [1] и, следовательно, возможна калибровка виброакустических измерений сличением с произведением  $\rho c$ , полученным в результате прямых статических измерений.

### 3. Вязкость среды

Рассмотрим другой предельный случай, когда датчик излучает в *ограниченный объем*, представляющий собой *тонкую щель*. Такая конфигурация позволяет сделать предположение о безинерционности среды и, следовательно, импеданс излучения должен иметь только вязкостный характер. Это должно сделать возможным измерение вязкости. Так ли это?

Описание движения среды можно сделать на основе уравнения Навье—Стокса, при этом можно ограничиться малыми числами Рейнольдса и плоской картиной течения жидкой среды. Пренебрегаем массовыми силами, эффектом взаимодействия между вязкостью и сжимаемостью. Тогда уравнения движения имеют вид уравнений Рейнольдса:

$$\frac{1}{H_\xi} \frac{\partial P}{\partial \xi} = \mu \frac{\partial^2 V_\xi}{\partial z^2}, \quad \frac{1}{H_\eta} \frac{\partial P}{\partial \eta} = \mu \frac{\partial^2 V_\eta}{\partial z^2}, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = 0, \quad (7)$$

где  $V_\xi$  и  $V_\eta$  — скорости в направлении обобщенных криволинейных координат  $\xi, \eta, z$ , причем  $H_\xi$  и  $H_\eta$  — соответствующие параметры Ламе.

Уравнение неразрывности для элементарного объема жидкости запишем в виде

$$H_\xi H_\eta \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V_\xi H_\eta)}{\partial \xi} + \frac{\partial (\rho V_\eta H_\xi)}{\partial \eta} + \frac{\partial (\rho V_z H_\xi H_\eta)}{\partial z} = 0. \quad (8)$$

Интегрируя эти уравнения с учетом зависимостей (1)—(3), получим уравнение для распределения давлений в двухфазном слое. Если ввести в рассмотрение специфичные для тонкого слоя [3] безразмерные переменные и параметры, включая безразмерное время по формуле  $\tau = v_0 t$ , где  $v_0$  — частота колебаний, то уравнение (6) можно преобразовать к виду

$$\frac{1}{L_\lambda L_\beta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[ \frac{L_\beta}{L_\lambda} \left( \frac{H^{(2\alpha-1)/\alpha}}{1+\alpha} \frac{\partial \Psi^{1+\alpha}}{\partial \lambda} - \frac{\Psi^{1+\alpha}}{2\alpha-1} \frac{\partial H^{(2\alpha-1)/\alpha}}{\partial \lambda} \right) - \Lambda_u L_\beta \Psi^\alpha (V_\lambda + W_\lambda) \right] + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial \beta} \left[ \frac{L_\lambda}{L_\beta} \left( \frac{H^{(2\alpha-1)/\alpha}}{1+\alpha} \frac{\partial \Psi^{1+\alpha}}{\partial \beta} - \frac{\Psi^{1+\alpha}}{2\alpha-1} \frac{\partial H^{(2\alpha-1)/\alpha}}{\partial \beta} \right) - \Lambda_u L_\lambda \Psi^\alpha (V_\beta + W_\beta) \right] \right\}, \quad \Lambda_v \frac{\partial \Psi^\alpha}{\partial \tau}, \quad (10)$$

где  $\Psi^\alpha = P^\alpha H$ ,  $\Lambda_v = \frac{12\nu_0 R^2}{P_0 \delta^2}$ ,  $L_\lambda$ ,  $L_\beta$  — параметры Ламе для безразмерных обобщенных координат  $\lambda$  и  $\beta$ ,  $\delta$  — номинальная толщина зазора;  $\nu_0$  и  $R$  — характерные частота и размер,  $U_\xi$ ,  $V_\alpha, \dots$  — соответствующие проекции скоростей движения ограничивающих зазор поверхностей;  $h$  и  $H$  — размерная и безразмерная функция зазора  $H = h/h_0 = 1 + A_0 \cos 2\pi\tau$ ,  $A_0$  — амплитуда вибрации датчика.

Для получения аналитического решения можно использовать асимптотический метод [3], линеаризующий, по сути, данную краевую задачу. В соответствии с общей идеей метода введем в рассмотрение два времени — «быстрое»  $\tau$  и «медленное»  $T$  ( $T = \Omega_0 t$ ,  $\nu_0 \gg \Omega_0$ ). Полагая, что частота колебаний зазора  $\nu_0$  настолько велика, что  $\Lambda_v \rightarrow \infty$  и, как следствие, функция  $\Psi$  не зависит от времени  $\tau$ . Это позволяет проинтегрировать данное уравнение по времени  $\tau$  за период высокочастотных колебаний зазора. В результате получаем асимптотическое уравнение двухфазного слоя для функции  $\Psi_\infty$ :

$$\frac{1}{L_\lambda L_\beta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[ \frac{L_\beta}{L_\lambda} \left( \frac{H_0}{1+\alpha} \frac{\partial \Psi_\infty^{1+\alpha}}{\partial \lambda} - \frac{\Psi_\infty^{1+\alpha}}{2\alpha-1} \frac{\partial H_0}{\partial \lambda} \right) - \Lambda_u L_\beta \Psi_\infty^\alpha (V_{\lambda 0} + W_{\lambda 0}) \right] + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial \beta} \left[ \frac{L_\lambda}{L_\beta} \left( \frac{H_0}{1+\alpha} \frac{\partial \Psi_\infty^{1+\alpha}}{\partial \beta} - \frac{\Psi_\infty^{1+\alpha}}{2\alpha-1} \frac{\partial H_0}{\partial \beta} \right) - \Lambda_u L_\lambda \Psi_\infty^\alpha (V_{\beta 0} + W_{\beta 0}) \right] \right\} = \Lambda_\Omega \frac{\partial \Psi_\infty^\alpha}{\partial T}, \quad (11)$$

где  $H_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} H^{(2\alpha-1)/\alpha} d\tau$ , ...,  $W_{\beta 0} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} W_\beta d\tau$ ,  $\Lambda_\Omega = \frac{12\nu_0 \Omega_0 R_2}{P_0 \delta^2}$  с асимптотическими краевыми

условиями. Анализ полученного уравнения показывает, что внутренняя область, где справедливо асимптотическое или «поршневое» поведение сжимаемой жидкости, ограничена периферийной зоной, протяженность которой пропорциональна величине  $1/(\alpha \Lambda_v)^{1/2}$ , причем при  $\alpha \rightarrow 0$  пространственная область поршневого поведения практически исчезает.

Частотные параметры  $\Lambda_v$  и  $\Lambda_\Omega$  определяют влияние вязкости на решение задачи, поэтому существует два способа заставить эти параметры проявить себя — либо придать одной из ограничивающих зазор поверхностей стандартное импульсное или тестирующее, например, колебательное движение, когда реализуется параметр  $\Lambda_\Omega$  в правой части уравнения (11), либо использовать квазистационарное решение задачи при конечном значении  $\Lambda_v$ , когда существует правая часть уравнения (10), при этом источником тестирующего движения является собственная вибрация датчика. Последний вариант легче реализовать технически, поэтому рассмотрим его более подробно.

Решение краевой задачи, полученной на основе уравнения (10) с условиями «свободного края» для функции  $\Psi$  проведено численно. Получена итерационная схема решения задачи с линеаризацией по методу Ньютона—Канторовича. Для произвольного итерационного шага составлена консервативная разностная схема второго порядка аппроксимации, которая решена методом послойной прогонки. Проведен анализ сходимости разностной схемы и итерационной процедуры. Показано, что условия сходимости ухудшаются с ростом неравномерности формы колебаний, увеличения степени «явности» разностной схемы, уменьшения частотного параметра  $\Lambda_v$  и параметра газосодержания  $\alpha$ . В частности получено, что достаточным условием устойчивости разностной схемы по начальным данным для неявной схемы

является  $\Lambda_v > (25...30)\Delta\tau/\alpha$ , откуда видно, что параметр газосодержания оказывает отрицательное влияние на сходимость численной схемы. Анализ сходимости итерационного процесса показывает, что ограничения на «шаги» сетки по времени и координате еще более усиливаются. Например, для симметричной схемы ( $\sigma=0,5$ ) получено ограничение на шаг сетки по времени  $\Lambda_v > 50\Delta\tau$  и показано, что наибольшая скорость сходимости достигается при выборе  $n$ -ого приближения с предыдущего временного слоя.

В результате проведенных расчетов определены, в частности, распределения давлений в двухфазном слое, которые представлены в форме разложения ряда Фурье. Нулевой член разложения определяет несущую способность или подъемную силу слоя, а первый член разложения — синфазная составляющая давлений — динамическую реакцию, которая подразделяется на синфазную  $F_c$  и квадратурную  $F_k$  составляющие:

$$F_c = \frac{2}{1-\chi^2} \int_{\chi}^1 P_c(r) \text{sign}(w_0(r)) r dr, F_k = \frac{2}{1-\chi^2} \int_{\chi}^1 P_k(r) \text{sign}(w_0(r)) r dr,$$

где  $\text{sign}$  — знаковая функция,  $r = \bar{r}/R$  — безразмерный радиус,  $\chi$  — безразмерный радиус предполагаемого центрального отверстия на излучающей поверхности датчика,  $w(r) = \bar{w}(r)/\delta$  — безразмерная амплитуда прогиба ограничивающих поверхностей. Синфазная составляющая определена в зоне действия поршневого эффекта, а квадратурная на периферии излучающей поверхности и становится исчезающе малой с ростом  $\Lambda_v$  при фиксированном газосодержании  $\alpha$ .

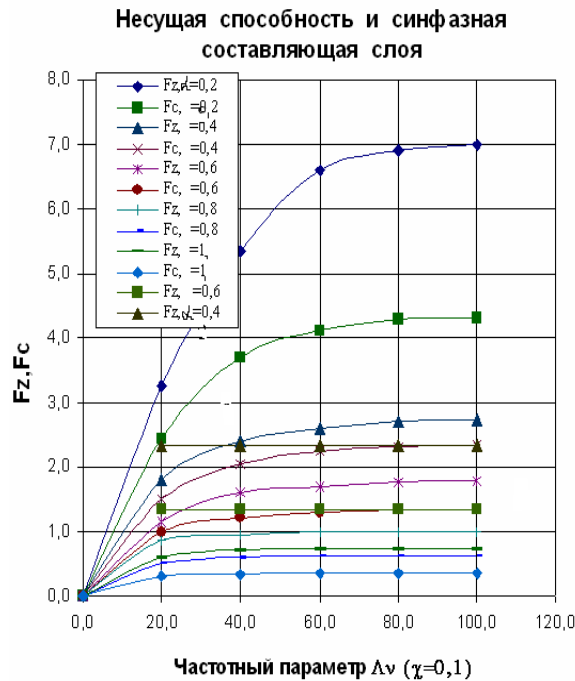


Рис. 1.

Графики безразмерной несущей способности слоя, интегральных величин синфазной и квадратурной составляющей давлений для поршневой формы колебаний при разных значениях  $\alpha$  (после знака «равно») в зависимости от частотного параметра  $\Lambda_v$  и при постоянной безразмерной амплитуде  $A_0=0,5$  показаны на рис. 1 и 2. Они имеют две характерные зоны поведения — зона нарастания и зона асимптотического поведения. Уменьшение параметра газосодержания  $\alpha$  приводит к увеличению несущей способности, синфазной и квадратурной составляющей давлений. Выход кривых в зону насыщения с уменьшением  $\alpha$  явно смещается

в сторону больших значений  $\Lambda_v$  и имеет практически линейный характер от 0 до  $\Lambda_v=10$  для всех значений параметра газосодержания.

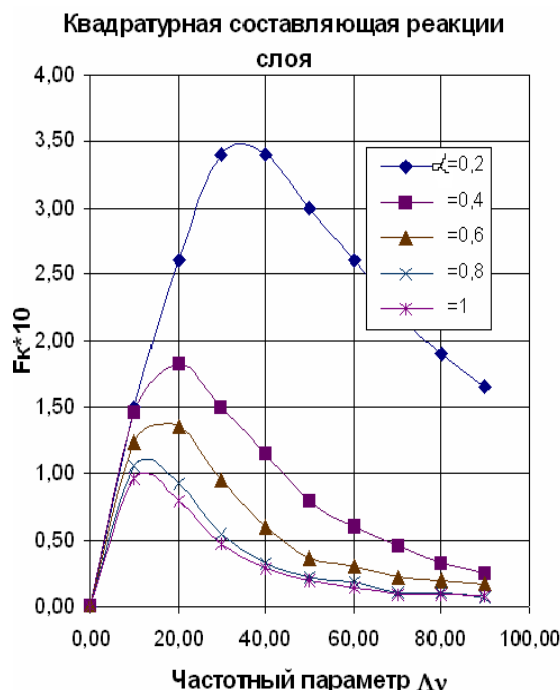


Рис. 2.

Этот факт позволяет реализовать измерение вязкости квазигомогенной среды при фиксированных значениях радиуса поверхности излучения  $R$ , окружающего давления  $P_0$ , зазора  $\delta$  и частоты вибрации  $\nu_0$  (см. выражение для  $\Lambda_v$ ), при этом сама вязкость является функцией газосодержания  $\alpha$  по формуле (2). Импеданс излучения состоит из действительной и мнимой части  $z_a = \Lambda_v [K_{Fc}/(\omega A_0) + j K_{Fk}/(\omega A_0)]$ , где  $K_{Fc}$  и  $K_{Fk}$  — соответствующий коэффициент наклона графиков в диапазоне  $10 > \Lambda_v > 0$  на рис. 1 и 2, которые можно также определить при калибровке на известных средах.

Характер поведения соответствующих составляющих при излучении в неограниченное пространство и в щель одинаков — мнимые части как в том, так и в другом случае становятся исчезающе малыми с ростом радиуса поверхности излучения  $R$ , а действительные части стремятся к своему асимптотическому значению. Отличие лишь в том, что в первом случае определяющими являются инерционные свойства жидкости, а во втором — ее вязкостные свойства. Диапазон работы датчика определяется рабочим диапазоном значений частотного параметра и при заданных значениях, например, частоты и площади излучения, может быть задан в середину линейного участка ( $\Lambda_v \approx 4$ ) подбором величины зазора  $\delta$ .

## Заключение

Проведенный анализ показывает возможность проведения измерений волнового сопротивления и вязкости гомогенной двухфазной среды. Целью работы не является техническая реализация измерительных устройств, однако автор надеется, что результаты работы могут лежать в основе их проектирования. Конструкция измерителя вязкости газа к настоящему времени нами реализована и может быть применена автономно в любом газопроводе, для, например, устранения вязкостной погрешности стандартных средств измерений. Статья является одним из результатов выполнения первого этапа регионального гранта РФФИ «Теоретическое и экспериментальное исследование механизма формирования погрешности при учете продукции нефтяных скважин (гидродинамика, тепломассопередача, вибродиагностика многофазных многокомпонентных сред)».

**Список литературы**

1. Ультразвуковые преобразователи / Под ред. Е. Кикучи. М.: Мир, 1972. 425 с.
2. Некрасов С.Г. Инжекционные характеристики сопряжения церий–диэлектрик–металл при ультразвуковом нагружении //Цифровые радиоэлектронные системы (электронный журнал). 1998. Вып. 2. <http://www.drts.susu.ac.ru/~rvn/>
3. Pan C.H. On Asimptotic Analisis of Gas Sguese–Film Bearing //Journal of Lubrication Technology: Trans. ASME. Ser. F., 1967. Vol. 89, № 3. P. 245—253.
4. Чудин В.И., Ануфриев В.В. и др. Варианты решения проблемы контроля за дебитом нефтяной скважины / Нефтяное хозяйство, 2000. № 5. С. 51—54.