

УДК 546.831

## **ГОМОКЛИНИЧЕСКИЕ ТОЧКИ НА ОТОБРАЖЕНИЯХ ВТОРОГО ВОЗВРАЩЕНИЯ ГЕЛЕВЫХ ОКСИГИДРАТНЫХ СИСТЕМАХ ЦИРКОНИЯ**

**Ю.И. Сухарев, А.М. Кострюкова**  
e-mail: such@susu.ac.ru

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

Статья поступила 20 марта 2006 г.

### **Введение**

В теории нелинейной динамики существуют траектории [1], которые проходят через точки пересечения устойчивого и неустойчивого многообразия (гомоклинические точки), окруженные континуумом периодических траекторий. В окрестности таких гомоклинических траекторий возможно очень сложное временное поведение.

На отображениях второго возвращения, построенных по кинетическим кривым тока самоорганизации гелей оксигидрата циркония, можно проследить эволюцию некоторого множества точек, которые образуют точки пересечения Пуанкаре. Эти множества подобны гомоклиническим траекториям.

### **1. Экспериментальная часть**

В работе исследовали свежеприготовленные гели оксигидрата циркония [2]. Гелеобразные оксигидраты синтезировали добавлением 10%-го раствора аммиака к раствору оксихлорида циркония при определенных температурах (282...286 К с интервалом 1К). В процессе синтеза контролировали значение pH раствора и доводили его до заданных значений. Измерения проводились при pH=7,0; pH=8,0; pH=9,0. Далее гель помещали в трубчатую ячейку диаметром 0,8 см с платиновыми электродами, которую подключали к электронной системе регистрации тока. Межэлектродное расстояние составляло 0,5 и 1,0 см. Выходное сопротивление электронной системы приближалось к нулю, т.е. гелевая ячейка замыкалась накоротко (на амперметр), и замерялся пульсирующий поляризационный электроток, возникающий в ячейке. Эксперимент проводили в течение 6 часов. Ячейку с гелем термостатировали при тех же температурах в воздушном лабораторном термостате.

### **2. Теоретические предпосылки**

Гамильтоновы системы относятся к консервативным системам, в них не бывает аттракторов, и типичными неподвижными точками для них являются центры, окруженные континуумом периодических траекторий (устойчивые точки), и седла, в которые траектории по одним направлениям входят, по другим — выходят (неустойчивые точки) [1]. Совокупность всех траекторий, входящих в такую точку, образует ее устойчивое многообразие, всех выходящих из нее — неустойчивое многообразие. Точно также устойчивое и неустойчивое многообразия существуют и у циклов, и у торов. Существуют траектории, называемые гомоклиническими, которые стремятся к одному и тому же тору (циклу или неподвижной точке) как при  $t \rightarrow \infty$ , так и при  $t \rightarrow -\infty$ .

(рис. 1). Они должны проходить через точки пересечения устойчивого и неустойчивого многообразия, называемые гомоклиническими точками, причем в случае  $N > 1$  такие пересечения могут быть типичными, т.е. неустраняемыми при малых изменениях системы.

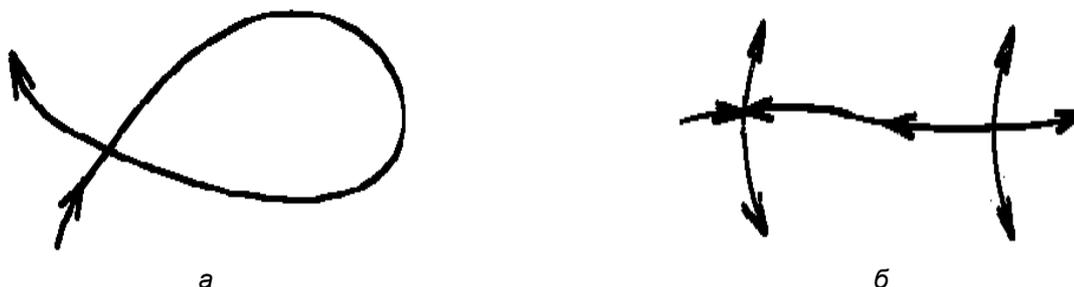


Рис. 1. Гомоклиническая (а) и гетероклиническая (б) точки на плоскости

Сложность временного поведения в окрестности гомоклинических траекторий можно охарактеризовать с помощью «подковы Смейла» [1]. Преобразование подковы отображает внутренность единичного квадрата в изогнутую полосу, дважды пересекающую его. Это преобразование обратимо, что характерно для гамильтоновых систем, и обратное преобразование имеет тот же вид, но полосы располагаются не вертикально, а горизонтально. Смейл показал, что:

1) инвариантное множество отображения (которое переходит в себя) является фрактальным;  
2) ему отвечает временное поведение, неотличимое от последовательности бросаний монеты;

3) эта ситуация может быть типична и неустранима при помощи малых изменений системы.

Последний результат означает, что подобные конструкции могут существовать и в природе, когда реализуется сложное временное поведение. И в случае гомоклинических структур реализуется качественно похожее отображение. Отображение типа подковы служит качественным объяснением формирования сложной фрактальной структуры странных аттракторов.

### 3. Результаты и их обсуждение

Токовые выплески при самоорганизации гелей оксигидрата циркония наблюдаются на большом количестве экспериментов [2]. Было установлено при изучении точек пересечения токовых выплесков с плоскостью платиновых электродов или так называемых точек пересечения Пуанкаре, что в некоторой узкой области построения отображений второго возвращения [3] сосредотачивается множество пульсационных выплесков в одной области пространства (цикле). Можно говорить об образовании своеобразных «слип»-аттракторов, т. е. аттракторов образовавшихся слипшимися деталями автоволновых гелевых фрагментов (континуумом периодических траекторий).

После первого часа наблюдается некоторое множество точек, которые образуют точки пересечения Пуанкаре от одного до многих тысяч раз в одной сфере. Таким образом, имеются некоторые связанные множества данных точек (рис. 2, а). Второй час эксперимента приводит к его коллапсированию, которое уменьшает объем данного аттрактора, состоящего из 17 000 точек (рис. 2, б). На третьем часе происходит расширение данного множества. На четвертом часе эксперимента данное множество вновь консолидирует токовые выбросы (собирается в достаточно компактную область). Эффект разбегания токового множества повторяется на пятом и продолжается на шестом часах эксперимента. Подобная картина повторяется для отображений второго возвращения других экспериментов, отличающихся условиями. В них наблюдается такой же пульсационный характер стягивания множества точек Пуанкаре (тысяч точек выплеска тока в одной сфере). Следует сказать, что данные точки Пуанкаре появляются мгновенно, по-видимому, за счет туннельного перехода протонов из среды второго рода на платиновые электроды.

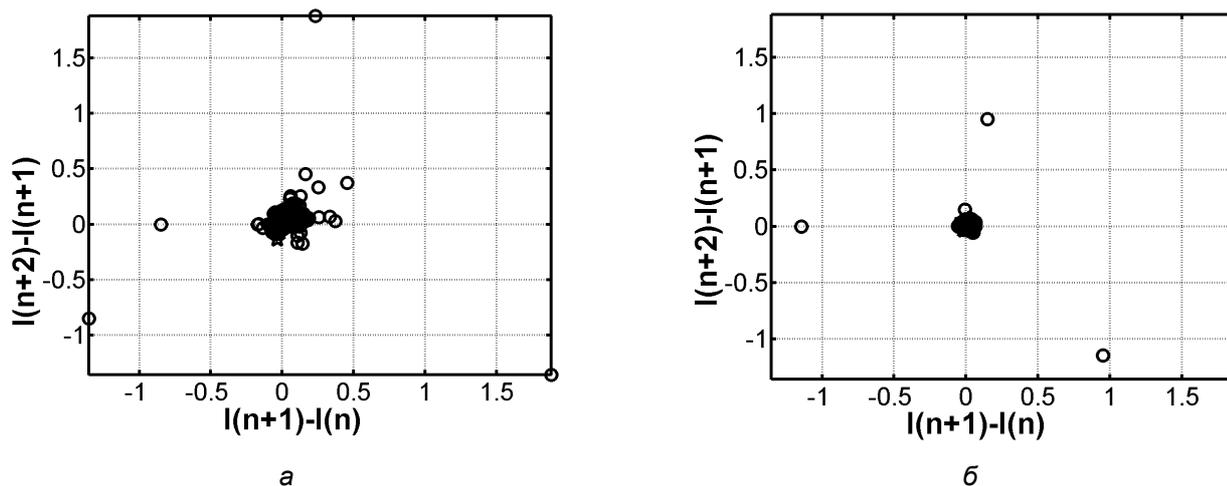


Рис. 2. Отображения второго возвращения геля оксигидрата циркония:  
а — первый час; б — второй час

Увеличенный масштаб рис. 2, а представлен на рис. 3. Кружками обозначены точки, повторяющиеся менее 5 раз, квадратами — от 5 до 10 раз, шестиугольными звездами — от 10 до 15 раз, пятиугольными звездами — более 15 раз.

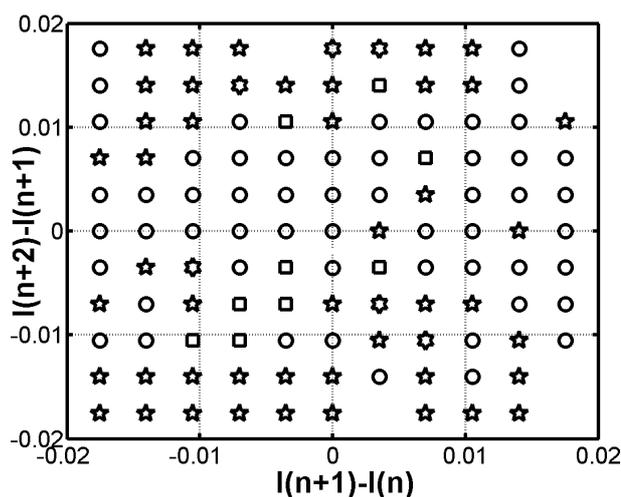


Рис. 3. Отображения второго возвращения геля оксигидрата циркония  
в значениях координат от  $-0,02$  до  $0,02$

При этом характер разбегания молекул воды и ионов поляризованного ДЭС, вероятно, определяется отображениями второго возвращения, представленными на рис. 4 и 5. Данные рисунки соответствуют рисункам, аналогичным рис. 2, только точки соединены во временную зависимость.

Известно [1], что существуют траектории в гелевых фазах, которые проходят через точки пересечения устойчивого и неустойчивого многообразия, что характерно для гелевых коллоидных систем. Данные точки называются гомоклиническими устойчивыми точками. Они имеют окруженные континуумом периодические траектории и седла, в которые траектории по одним направлениям входят, по другим — выходят. Траектории называются гомоклиническими, если они стремятся к одно и тому же циклу или неподвижной точке при  $t \rightarrow \infty$ . Данная ситуация аналогична «подкове «Смейла». Таким образом названные нами «слип»-аттракторы — это гомоклинические аттракторы Смейла.

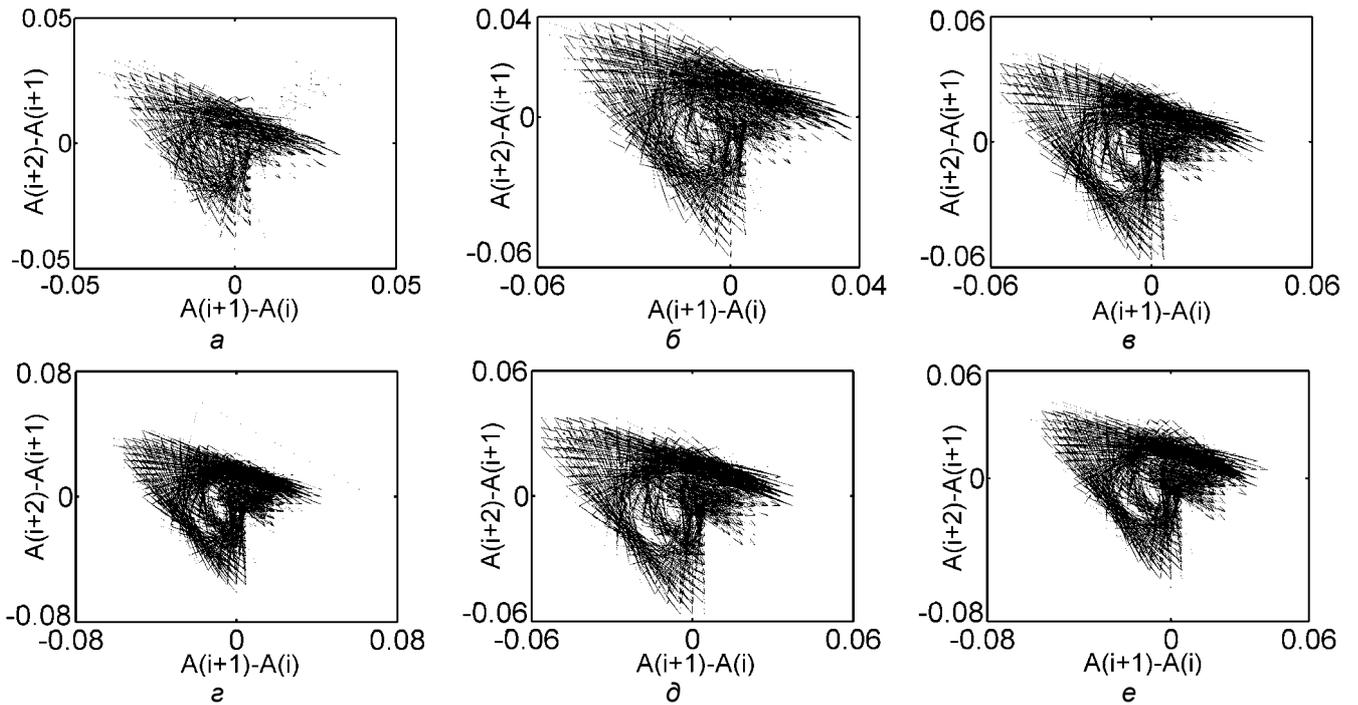


Рис. 4. Отображения первого возвращения геля оксигидрата циркония  
 а — первый час; б — второй час; в — третий час; г — четвертый час; д — пятый час; е — шестой час

Данные кривые практически аналогичны виду гомоклинических траекторий на плоскости [1] и не противоречат, а скорее подтверждают жестко турбулентный характер данной системы в некоторые периоды времени, изображенные на аттракторах в виде линий выброса, расположенных вне области притяжения аттрактора. На некоторых аттракторах можно выделить как гомоклинические, так и гетероклинические траектории (рис. 5).

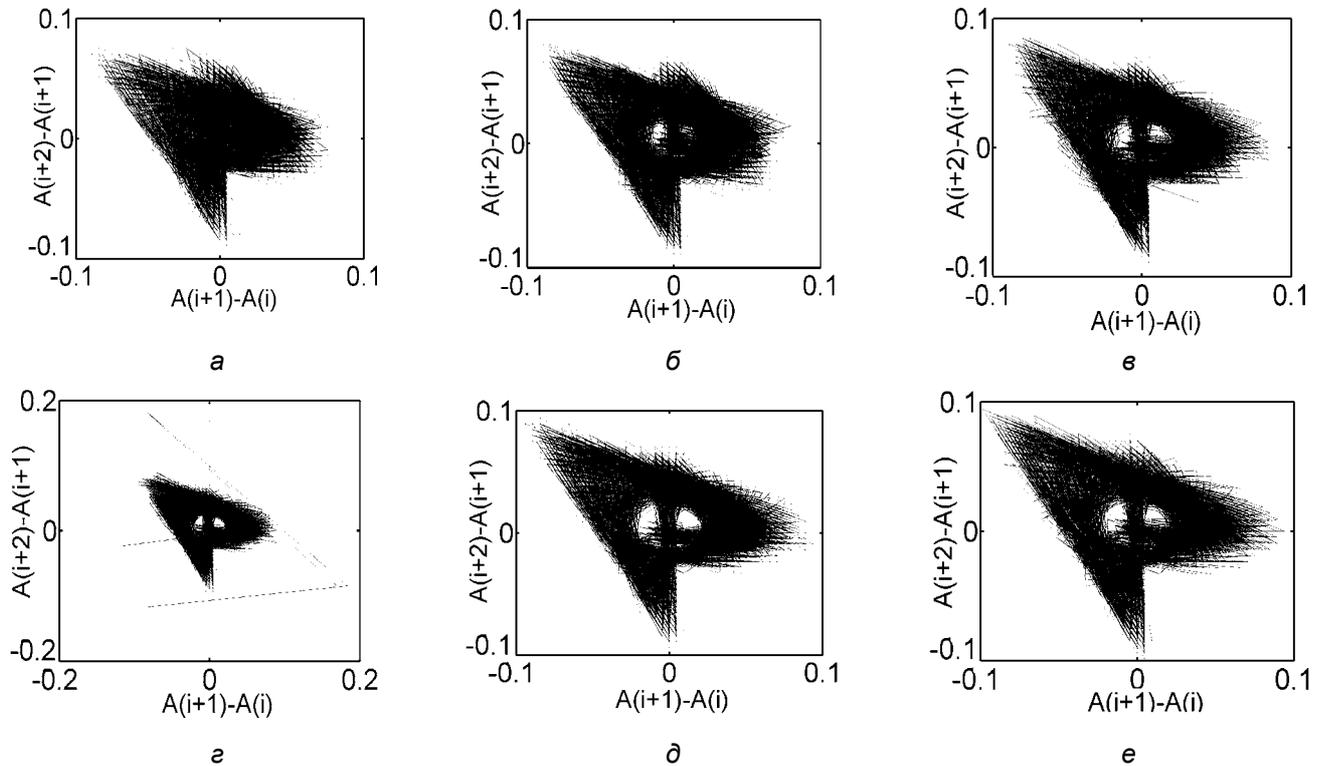


Рис. 5. Отображения первого возвращения геля оксигидрата циркония  
 а — первый час; б — второй час; в — третий час; г — четвертый час; д — пятый час; е — шестой час

## **Заключение**

На отображениях второго возвращения, построенных по кинетическим кривым тока самоорганизации гелей оксигидрата циркония, прослежена эволюция некоторого множества токовых точек, которые образуют точки пересечения Пуанкаре. Эти множества подобны гомоклиническим траекториям. Картина изменения «слип»-аттракторов выглядит следующим образом: идет пульсационное периодическое уменьшение и расширение площади аттрактора. Это подтверждает жестко турбулентный характер данной системы в некоторые периоды времени.

Работа выполнена по гранту Губернатора Челябинской области (проект урчел\_04–03–96059).

## **Список литературы**

1. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Современные проблемы нелинейной динамики. М.: Едиториал УРСС, 2002. 360 с.
2. Сухарев Ю.И., Сухарева И.Ю., Кострюкова А.М. Электропроводность самоорганизации оксигидратных гелей // Изв. Челяб. науч. центра УрО РАН, 2004. № 3. С.81—85. ([www.csc.ac.ru/news](http://www.csc.ac.ru/news))
3. Сухарев Ю.И., Кострюкова А.М. Отображения первого и второго возвращения тока самоорганизации как возможность обнаружения температуры термотропного перехода // Изв. Челяб. науч. центра УрО РАН, 2005. № 3. С. 49—53. ([www.csc.ac.ru/news](http://www.csc.ac.ru/news))