

УДК 621.01

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА ТИПА ВССП

Н.Н. Крохмаль

e-mail: longeron@pp.kurgan.ru

Курганский государственный университет, г. Курган, Россия

Статья поступила 24 февраля 2006 г.

При синтезе пространственного механизма типа ВССП (рис. 1) решается задача о приближении функции перемещения, воспроизводимой механизмом к заданной функции на заданном отрезке движения ползуна. Известны различные методы синтеза такого механизма как аналитические, так и оптимизационные [1]. Предлагаемая методика синтеза механизма позволяет решать задачу приближения не только функции перемещения, но и ее производной, т. е. функции скорости, что улучшает динамические свойства механизма

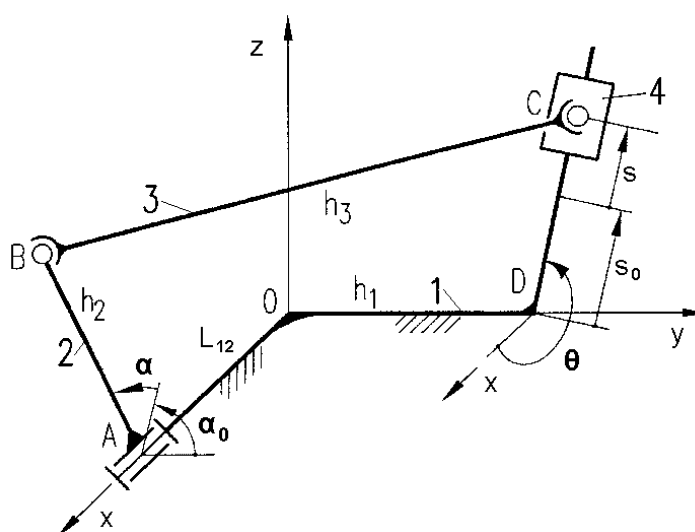


Рис. 1.

Рассмотрим пример синтеза механизма, имеющего 7 постоянных геометрических параметров (рис. 1), подлежащих определению, при следующих исходных данных. Требуется воспроизвести движение выходного звена 4 как функцию от обобщенной координаты входного звена 2. Функция $S=S(\alpha)$ приводится к аналитическому виду и имеет производную. Составим передаточную функцию механизма [2] следующим образом. Запишем уравнение связи точек В и С (рис. 1).

$$(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 + (z_C - z_B)^2 = h_3^2, \quad (1)$$

где $x_B = L_{12}$, $x_C = (s + s_0) \cdot \cos \Theta$, $y_B = h_2 \cdot \cos(\alpha + \alpha_0)$, $y_C = h_1$, $z_B = h_2 \cdot \sin(\alpha + \alpha_0)$, $z_C = x_C \cdot \tan \Theta$ — координаты точек.

Возьмем производную от выражения (1) по обобщенной координате α , и после преобразований и подстановки выражений координат и их производных получим выражение для передаточной функции механизма (группы Ассур) в неявном виде.

$$s's + s's_0 - s'L_{12} \cos \Theta - s'h_2 \sin \Theta \sin(\alpha + \alpha_0) + h_1 h_2 \sin(\alpha + \alpha_0) - (s + s_0)h_2 \sin \Theta \cos(\alpha + \alpha_0) = 0. \quad (2)$$

Введем следующие обозначения параметров

$$r_1 = L_{12} \cos \Theta, \quad r_2 = h_1 h_2, \quad r_3 = h_2 \sin \Theta,$$

и коэффициентов при них

$$a = -s', \quad b = \sin(\alpha + \alpha_0), \quad c = -(s + s_0) \cos(\alpha + \alpha_0) - s' \sin(\alpha + \alpha_0), \quad d = s'(s + s_0).$$

Тогда получим линейное уравнение относительно параметров r_1, r_2, r_3 :

$$ar_1 + br_2 + cr_3 + d = 0. \quad (3)$$

Считая, что для реального механизма уравнение (3) выполняется с определенной погрешностью Δ_i для каждого значения обобщенной координаты α_i , перепишем (3) так:

$$a_i r_1 + b_i r_2 + c_i r_3 + d_i = \Delta_i. \quad (4)$$

Определим функцию:

$$F(r_1, r_2, r_3) = \sum_i \Delta_i^2. \quad (5)$$

Минимальное значение функции (5), т.е. минимальная погрешность воспроизводимой функции достигается при следующих условиях:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial r_1} &= r_1 \sum_i a_i^2 + r_2 \sum_i b_i \cdot a_i + r_3 \sum_i c_i \cdot a_i + \sum_i d_i \cdot a_i = 0; \\ \frac{\partial F}{\partial r_2} &= r_1 \sum_i a_i \cdot b_i + r_2 \sum_i b_i^2 + r_3 \sum_i c_i \cdot b_i + \sum_i d_i \cdot b_i = 0; \\ \frac{\partial F}{\partial r_3} &= r_1 \sum_i a_i \cdot c_i + r_2 \sum_i b_i \cdot c_i + r_3 \sum_i c_i^2 + \sum_i d_i \cdot c_i = 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Уравнения системы (6) являются функциями двух параметров α_0 и s_0 служат основой для составления целевой функции оптимизационного синтеза.

Построим целевую функцию $f(\alpha_0, s_0)$ для синтеза рассматриваемого механизма, которая является неявной, зависит только от двух параметров α_0, s_0 и может быть вычислена по следующему алгоритму:

1. Выбор числа расчетных положений механизма n .
2. Задание углов α_i и расчет перемещений $s_i = s_i(\alpha_i)$ и скоростей $s'_i = s'_i(\alpha_i)$ для заданных положений механизма.
3. Задание значений аргументов функции α_0, s_0 .
4. Решение уравнений (6), т.е. определение параметров r_1, r_2, r_3 .
5. Вычисление скорости s'_i перемещения ползуна из уравнения (2) при вычисленных параметрах и заданном перемещении.
6. Вычисление средней квадратичной погрешности скорости перемещения на заданном отрезке

$$q = \sqrt{\frac{\sum_i (s'_i - S'_i)^2}{n}}.$$

Очевидно, необходимо определить такие значения α_0 и s_0 , чтобы функция $f(\alpha_0, s_0)$ имела наименьшее значение. Таким образом, задача синтеза механизма сводится к отысканию минимума этой функции. Ее легко решить с помощью математического пакета MathCAD. Первоначально удобно построить карту линий уровня целевой функции, задавая значения аргументов на выбранных интервалах с определенными шагами. Затем с помощью карты линий уровня локализовать расположение минимумов целевой функции. Далее с помощью стандартной процедуры определяются числовые значения аргументов α_0, s_0 и минимальное значение функции $f(\alpha_0, s_0)$, достигаемое при этих аргументах. Вычисляются также значения параметров r_1, r_2, r_3 , которые представляют семейство кинематически эквивалентных механизмов [1]. Все механизмы этого семейства воспроизводят одну и ту же функцию перемещения и скорости. Но размеры звеньев конкретного механизма определяются через параметр семейства в данном случае это h_2 :

$$h_1 = \frac{r_2}{h_2}, \quad \sin \Theta = \frac{r_3}{h_2}, \quad \cos \Theta = \varepsilon_1 \sqrt{1 - \sin^2 \Theta}, \quad L_{12} = \frac{r_1}{\cos \Theta}, \quad (7)$$

где $\varepsilon_1 = \begin{cases} \text{sign}(r_1) \rightarrow r_1 \neq 0, \\ \pm 1 \rightarrow r_1 = 0 \end{cases}$, и

$$h_3 = \sqrt{h_2^2 + \frac{r_2^2}{h_2^2} + \frac{r_1^2 r_3^2}{h_2^2 - r_3^2} + (s_0 - r_1)^2 + 2r_3 s_0 \cos \alpha_0 - 2r_2 \cos \alpha_0}. \quad (8)$$

Параметр h_2 выбирается таким образом, чтобы максимальное значение переменного угла давления в механизме было бы минимальным.

В связи со сказанным целесообразно составить алгоритм вычисления функции $UD(h_2)$ для оптимизации угла давления в соответствии со следующим алгоритмом:

1. Задание диапазона варьирования параметра h_2 .
2. Задание значения параметру h_2 .
3. Вычисление для каждого расчетного положения механизма величины:

$$A_{1i} = h_2 \sin \Theta \sin(\alpha_i + \alpha_0) - L_{12} \cos \Theta.$$

4. Вычисление для каждого расчетного положения механизма величины:

$$A_{2i} = -2h_1 h_2 \cos(\alpha_i + \alpha_0 + 2h_1 h_2 \cos \alpha_0 - s_0^2 - 2s_0(h_2 \sin \Theta \sin \alpha_0 - L_{12} \cos \Theta)).$$

5. Вычисление значений угла давления [1] в заданных положениях механизма:

$$\psi_i = \arccos \frac{\sqrt{A_{1i}^2 - A_{2i}}}{h_3}.$$

6. Выбор максимального значения угла давления.

Оптимизируя функцию $UD(h_2)$ определяем значение h_2 , при котором достигается минимальное значение максимального угла давления в механизме. Для известного значения h_2 производим расчет всех геометрических параметров механизма (7), (8).

Оценка точности воспроизведения механизмом функций приведенных в [1] показывает, что среднее квадратичное отклонение и максимальное отклонение находится на уровне значений, приведенных в [1], а те же показатели для производной функции — лучше примерно в семь раз. Это говорит о том, что динамические свойства механизма, рассчитанного по предлагаемой методике, будут лучше.

Заключение

Методика синтеза механизма указанного типа разработана в рамках концепции использования передаточных функций рычажных диад для исследования механизмов. Изложенная методика отличается следующими положительными особенностями:

1. Автоматический учет вариантов сборки и существования механизма.
2. Возможность выбрать лучшее соотношение размеров звеньев за счет некоторого снижения точности воспроизведения функций.
3. Отсутствие ограничений на сигнатуру параметров h_1 , L_{12} .
4. Повышение точности воспроизведения производной функции, т. е. улучшение динамических свойств механизма.

Список литературы

1. Пейсах Э.Е. Оптимальное расположение узлов интерполирования при синтезе цикловых и нецикловых рычажных механизмов // Теория механизмов и машин. — 2005. № 2. С. 22—41.
2. Крохмаль Н.Н. Кинематический анализ групп Ассура в связи с их структурными свойствами // Изв. Челяб. науч. центра УрО РАН, 2003. №1 (18). С. 1—6.